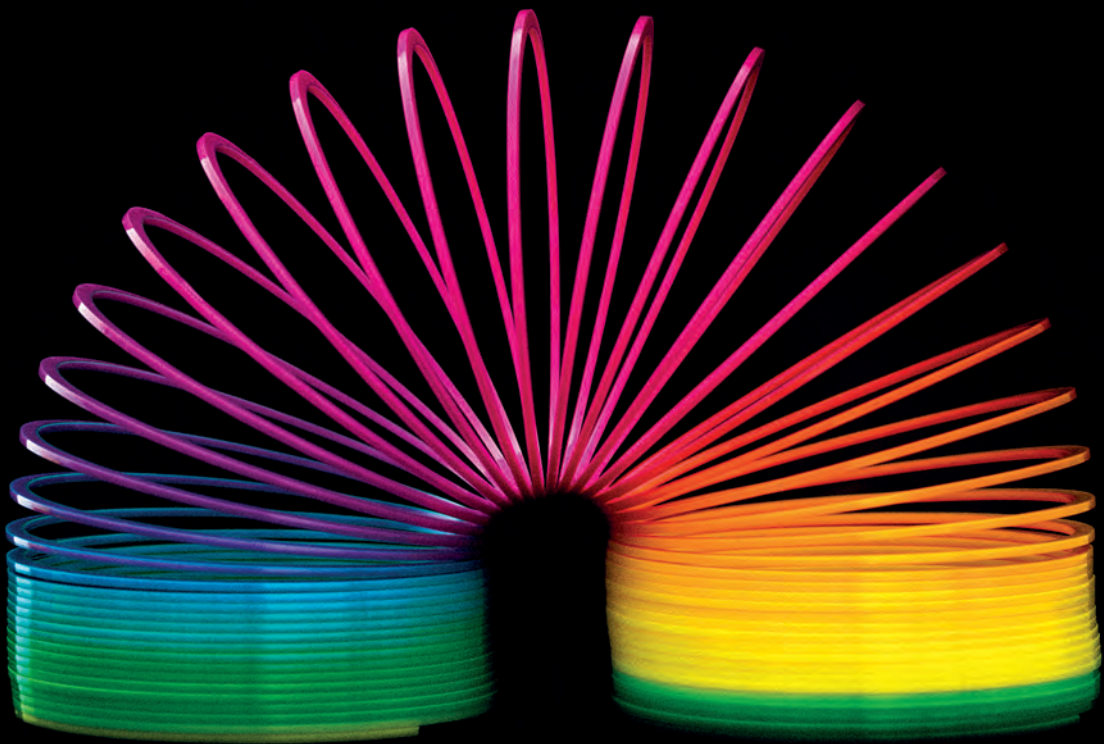


Jearl Walker

**Halliday - Resnick**  
**Fondamenti**  
**di fisica**

Meccanica • Onde • Termodinamica

Ottava edizione italiana condotta  
sull'undicesima edizione americana



Jearl Walker

# Halliday - Resnick Fondamenti di fisica

Meccanica • Onde • Termodinamica

Ottava edizione italiana condotta  
sull'undicesima edizione americana

A cura di Dario Gerace

## Se vuoi accedere alle risorse online riservate

1. Vai su **my.zanichelli.it**
2. Clicca su *Registrati*.
3. Scegli *Studente*.
4. Segui i passaggi richiesti per la registrazione.
5. Riceverai un'email: clicca sul link per completare la registrazione.
6. Cerca il tuo codice di attivazione stampato in verticale sul bollino argentato in questa pagina.
7. Inseriscilo nella tua area personale su **my.zanichelli.it**

Se sei già registrato, per accedere ai contenuti riservati ti serve solo il codice di attivazione.

Titolo originale: *Fundamentals of Physics, Extended, 12th Edition* by David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker (Chapters 1-20)

Copyright © 2022, 2014, 2011, 2008, 2005 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

This translation published under license with the original publisher John Wiley & Sons, Inc.

© 2023, 2015, 2006, 2001, 1998, 1995, 1984, 1977 CEA - Casa Editrice Ambrosiana, viale Romagna 5, 20089 Rozzano (MI) [89977/der] CEA - Casa Editrice Ambrosiana è un marchio editoriale di Zanichelli editore S.p.A.

**Traduzione:** studio QB, Bologna, basata sul testo della settima edizione italiana tradotta da Lanfranco Cicala.

**Revisione:** Dario Gerace

#### Diritti riservati

I diritti di pubblicazione, riproduzione, comunicazione, distribuzione, trascrizione, traduzione, noleggio, prestito, esecuzione, elaborazione in qualsiasi forma o opera, di memorizzazione anche digitale e di adattamento totale o parziale su supporti di qualsiasi tipo e con qualsiasi mezzo (comprese le copie digitali e fotostatiche), sono riservati per tutti i paesi. L'acquisto della presente copia dell'opera non implica il trasferimento dei suddetti diritti né li esaurisce.

#### Fotocopie e permessi di riproduzione

Le fotocopie per uso personale (cioè privato e individuale, con esclusione quindi di strumenti di uso collettivo) possono essere effettuate, nei limiti del 15% di ciascun volume, dietro pagamento alla S.I.A.E. del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Tali fotocopie possono essere effettuate negli esercizi commerciali convenzionati S.I.A.E. o con altre modalità indicate da S.I.A.E.

Per le riproduzioni ad uso non personale (ad esempio: professionale, economico, commerciale, strumenti di studio collettivi, come dispense e simili) l'editore potrà concedere a pagamento l'autorizzazione a riprodurre un numero di pagine non superiore al 15% delle pagine del presente volume.

Le richieste vanno inoltrate a:

Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali (CLEARedi),  
Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano

e-mail: [autorizzazioni@clearedi.org](mailto:autorizzazioni@clearedi.org) e sito web: [www.clearedi.org](http://www.clearedi.org)

L'autorizzazione non è concessa per un limitato numero di opere di carattere didattico riprodotte nell'elenco che si trova all'indirizzo [www.zanichelli.it/chi-siamo/fotocopie-e-permessi](http://www.zanichelli.it/chi-siamo/fotocopie-e-permessi)

L'editore, per quanto di propria spettanza, considera rare le opere fuori del proprio catalogo editoriale. La loro fotocopia per i soli esemplari esistenti nelle biblioteche è consentita, anche oltre il limite del 15%, non essendo concorrenziale all'opera. Non possono considerarsi rare le opere di cui esiste, nel catalogo dell'editore, una successiva edizione, né le opere presenti in cataloghi di altri editori o le opere antologiche. Nei contratti di cessione è esclusa, per biblioteche, istituti di istruzione, musei e archivi, la facoltà di cui all'art. 71-ter legge diritto d'autore.

Per permessi di riproduzione, diversi dalle fotocopie, rivolgersi a [ufficiocontratti@zanichelli.it](mailto:ufficiocontratti@zanichelli.it)

#### Licenze per riassunto, citazione e riproduzione parziale a uso didattico con mezzi digitali

La citazione, la riproduzione e il riassunto, se fatti con mezzi digitali, sono consentiti (art. 70 bis legge sul diritto d'autore), limitatamente a brani o parti di opera, a) esclusivamente per finalità illustrative a uso didattico, nei limiti di quanto giustificato dallo scopo non commerciale perseguito. (La finalità illustrativa si consegue con esempi, chiarimenti, commenti, spiegazioni, domande, nel corso di una lezione); b) sotto la responsabilità di un istituto di istruzione, nei suoi locali o in altro luogo o in un ambiente elettronico sicuro, accessibili solo al personale docente di tale istituto e agli alunni o studenti iscritti al corso di studi in cui le parti di opere sono utilizzate; c) a condizione che, per i materiali educativi, non siano disponibili sul mercato licenze volontarie che autorizzano tali usi. Zanichelli offre al mercato due tipi di licenze di durata limitata all'anno accademico in cui le licenze sono concesse:

A) licenze gratuite per la riproduzione, citazione o riassunto di una parte di opera non superiore al 5%. Non è consentito superare tale limite del 5% attraverso una pluralità di licenze gratuite.

B) licenze a pagamento per la riproduzione, citazione, riassunto parziale ma superiore al 5% e comunque inferiore al 40% dell'opera. Per usufruire di tali licenze occorre seguire le istruzioni su [www.zanichelli.it/licenzeeducative](http://www.zanichelli.it/licenzeeducative)

L'autorizzazione è strettamente riservata all'istituto educativo licenziatario e non è trasferibile in alcun modo e a qualsiasi titolo.

#### Garanzie relative alle risorse digitali

Le risorse digitali di questo volume sono riservate a chi acquista un volume nuovo: vedi anche al sito [www.zanichelli.it/contatti/acquisti-e-recesso](http://www.zanichelli.it/contatti/acquisti-e-recesso)

le voci *Informazioni generali su risorse collegate a libri cartacei e Risorse digitali e libri non nuovi*.

Zanichelli garantisce direttamente all'acquirente la piena funzionalità di tali risorse.

In caso di malfunzionamento rivolgersi a [assistenza@zanichelli.it](mailto:assistenza@zanichelli.it)

La garanzia di aggiornamento è limitata alla correzione degli errori e all'eliminazione di malfunzionamenti presenti al momento della creazione dell'opera. Zanichelli garantisce inoltre che le risorse digitali di questo volume sotto il suo controllo saranno accessibili, a partire dall'acquisto, per tutta la durata della normale utilizzazione didattica dell'opera. Passato questo periodo, alcune o tutte le risorse potrebbero non essere più accessibili o disponibili: per maggiori informazioni, leggi [my.zanichelli.it/fuoricatalogo](http://my.zanichelli.it/fuoricatalogo)

#### Soluzioni degli esercizi e altri svolgimenti di compiti assegnati

Le soluzioni degli esercizi, compresi i passaggi che portano ai risultati e gli altri svolgimenti di compiti assegnati, sono tutelate dalla legge sul diritto d'autore in quanto elaborazioni di esercizi a loro volta considerati opere creative tutelate, e pertanto non possono essere diffuse, comunicate a terzi e/o utilizzate economicamente, se non a fini esclusivi di attività didattica.

#### Diritto di TDM

L'estrazione di dati da questa opera o da parti di essa e le attività connesse non sono consentite, salvi i casi di utilizzazioni libere ammessi dalla legge.

L'editore può concedere una licenza. La richiesta va indirizzata a [tdm@zanichelli.it](mailto:tdm@zanichelli.it)

**Redazione:** studio QB, Bologna

**Impaginazione e indice analitico:** Epitesto, Milano

#### Copertina:

- *Progetto grafico:* Falcinelli & Co., Roma

- *Immagine di copertina:* © 2018 Børth Aadne Sætrenes/Getty Images

Prima edizione italiana: 1977

Seconda edizione italiana: 1984

Terza edizione italiana: febbraio 1995

Quarta edizione italiana: ottobre 1998

Quinta edizione italiana: settembre 2001

Sesta edizione italiana: gennaio 2006

Settima edizione italiana: maggio 2015

Ottava edizione italiana: novembre 2023

Ristampa: **prima tiratura**

5   4   3   2   1

2023   2024   2025   2026   2027

Realizzare un libro è un'operazione complessa, che richiede numerosi controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra loro. L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare un libro privo di errori. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli.

Per segnalazioni o suggerimenti relativi a questo libro rivolgersi a: [segreteria\\_cea@ceaedizioni.it](mailto:segreteria_cea@ceaedizioni.it)

Per comunicazioni di tipo commerciale rivolgersi a: [universita@zanichelli.it](mailto:universita@zanichelli.it)

Stampa:

per conto di Zanichelli editore S.p.A.  
Via Irnerio 34, 40126 Bologna

# Indice generale

Prefazione	IX	4.6 Moto relativo in una dimensione	71
Ringraziamenti	XI	4.7 Moto relativo in due dimensioni	73
Tavole matematiche e fisiche	XIII	Sintesi	74
Crediti fotografici	XV	Domande	75
		Problemi	76
		Problemi di riepilogo	82
	1		
<b>CAPITOLO 1</b>		<b>CAPITOLO 5</b>	
<b>Misure</b>	1	<b>Forza e moto • 1</b>	87
1.1 Misurare le grandezze, lunghezze comprese	1	5.1 Prima e seconda legge di Newton	87
1.2 Tempo	5	5.2 Alcune forze particolari	94
1.3 Massa	6	5.3 Applicare le leggi di Newton	98
Sintesi	7	Sintesi	105
Problemi	8	Domande	105
Problemi di riepilogo	9	Problemi	107
		Problemi di riepilogo	113
<b>CAPITOLO 2</b>			
<b>Moto rettilineo</b>	12	<b>CAPITOLO 6</b>	
2.1 Posizione, spostamento e velocità media	12	<b>Forza e moto • 2</b>	115
2.2 Velocità istantanea: vettoriale e scalare	16	6.1 Attrito	115
2.3 Accelerazione	18	6.2 Resistenza del mezzo e velocità limite	120
2.4 Accelerazione costante	20	6.3 Moto circolare uniforme	122
2.5 Accelerazione in caduta libera	24	Sintesi	126
2.6 Integrazione con il metodo grafico nell'analisi del moto	25	Domande	126
Sintesi	27	Problemi	127
Domande	28	Problemi di riepilogo	132
Problemi	29		
Problemi di riepilogo	34	<b>CAPITOLO 7</b>	
		<b>Energia cinetica e lavoro</b>	137
<b>CAPITOLO 3</b>		7.1 Energia cinetica	137
<b>Vettori</b>	39	7.2 Lavoro ed energia cinetica	139
3.1 Vettori e loro componenti	39	7.3 Lavoro compiuto dalla forza gravitazionale	142
3.2 Versori: sommare i vettori in componenti	44	7.4 Lavoro compiuto dalla forza elastica	146
3.3 Moltiplicare i vettori	46	7.5 Lavoro compiuto da una generica forza variabile	149
Sintesi	50	7.6 Potenza	152
Domande	51	Sintesi	154
Problemi	52	Domande	154
Problemi di riepilogo	54	Problemi	156
		Problemi di riepilogo	159
<b>CAPITOLO 4</b>		<b>CAPITOLO 8</b>	
<b>Moto in due e tre dimensioni</b>	58	<b>Energia potenziale e conservazione dell'energia</b>	163
4.1 Posizione e spostamento	58	8.1 Energia potenziale	163
4.2 Velocità media e velocità istantanea	60	8.2 Conservazione dell'energia meccanica	169
4.3 Accelerazione media e accelerazione istantanea	62	8.3 Leggere il grafico dell'energia potenziale	172
4.4 Moto di un proiettile	64		
4.5 Moto circolare uniforme	69		

8.4 Lavoro compiuto su un sistema da una forza esterna	175
8.5 Conservazione dell'energia	178
Sintesi	182
Domande	183
Problemi	184
Problemi di riepilogo	190

**CAPITOLO 9**

**Centro di massa e quantità di moto** 197

9.1 Centro di massa	197
9.2 Seconda legge di Newton per un sistema di punti materiali	200
9.3 Quantità di moto o momento lineare	203
9.4 Urto e impulso	205
9.5 Conservazione della quantità di moto	208
9.6 Quantità di moto ed energia cinetica negli urti	211
9.7 Urto elastico in una dimensione	214
9.8 Urto in due dimensioni	217
9.9 Sistema a massa variabile: un razzo	218
Sintesi	220
Domande	221
Problemi	222
Problemi di riepilogo	229

**CAPITOLO 10**

**Rotazione** 234

10.1 Variabili rotazionali	234
10.2 Rotazione con accelerazione angolare costante	240
10.3 Relazioni tra variabili lineari e angolari	242
10.4 Energia cinetica rotazionale	245
10.5 Calcolare il momento d'inerzia	247
10.6 Momento torcente	250
10.7 Seconda legge di Newton per il moto rotatorio	252
10.8 Lavoro ed energia cinetica rotazionale	254
Sintesi	257
Domande	258
Problemi	259
Problemi di riepilogo	263

**CAPITOLO 11**

**Rotolamento, momento torcente e momento angolare** 267

11.1 Rotolamento come combinazione di traslazione e rotazione	267
11.2 Forze ed energia cinetica nel rotolamento	269
11.3 Lo yo-yo	272
11.4 Momento torcente rivisitato	273
11.5 Momento angolare	275
11.6 Seconda legge di Newton in forma angolare	277
11.7 Momento angolare di un corpo rigido	279
11.8 Conservazione del momento angolare	282

11.9 Moto di precessione di un giroscopio	286
Sintesi	288
Domande	288
Problemi	289
Problemi di riepilogo	295

**CAPITOLO 12**

**Equilibrio ed elasticità** 297

12.1 Equilibrio	297
12.2 Alcuni esempi di equilibrio statico	301
12.3 Elasticità	306
Sintesi	311
Domande	311
Problemi	313
Problemi di riepilogo	319

**CAPITOLO 13**

**Gravitazione** 323

13.1 Newton e la legge della gravitazione universale	323
13.2 Gravitazione e principio di sovrapposizione	326
13.3 Gravitazione in prossimità della superficie terrestre	328
13.4 Gravitazione dentro la Terra	331
13.5 Energia potenziale gravitazionale	332
13.6 Pianeti e satelliti: le leggi di Keplero	336
13.7 Satelliti: orbite ed energia	339
13.8 Einstein e la gravitazione	341
Sintesi	344
Domande	345
Problemi	346
Problemi di riepilogo	351

**CAPITOLO 14**

**Fluidi** 353

14.1 Fluidi, densità e pressione	353
14.2 Fluidi a riposo	355
14.3 Misurare la pressione	358
14.4 Principio di Pascal	359
14.5 Principio di Archimede	361
14.6 Equazione di continuità	365
14.7 Equazione di Bernoulli	368
Sintesi	370
Domande	371
Problemi	372
Problemi di riepilogo	378

**CAPITOLO 15**

**Oscillazioni** 381

15.1 Moto armonico semplice	381
15.2 Energia nel moto armonico semplice	388
15.3 Oscillatore armonico semplice angolare	390
15.4 Pendoli e moto circolare	391
15.5 Moto armonico semplice smorzato	395

**15.6 Oscillazioni forzate e risonanza**

Sintesi	397
Domande	399
Problemi	401
Problemi di riepilogo	405

**CAPITOLO 16****Onde • 1**

16.1 Onde trasversali	409
16.2 Velocità di un'onda che si propaga lungo una corda	416
16.3 Energia e potenza di un'onda che si propaga lungo una corda	417
16.4 Equazione delle onde	419
16.5 Interferenza tra onde	421
16.6 Fasori	425
16.7 Onde stazionarie e risonanza	427
Sintesi	431
Domande	432
Problemi	433
Problemi di riepilogo	437

**CAPITOLO 17****Onde • 2**

17.1 Velocità del suono	440
17.2 Onde sonore che si propagano	443
17.3 Interferenza	445
17.4 Intensità e livello sonoro	448
17.5 Sorgenti di note musicali	450
17.6 Battimenti	454
17.7 Effetto Doppler	455
17.8 Velocità supersoniche e onde d'urto	459
Sintesi	460
Domande	460
Problemi	461
Problemi di riepilogo	466

**CAPITOLO 18****Temperatura, calore e primo principio della termodinamica**

18.1 Temperatura	470
18.2 Scale Celsius e Fahrenheit	473
18.3 Dilatazione termica	475
18.4 Assorbimento di calore	477
18.5 Primo principio della termodinamica	483

**18.6 Meccanismi di trasmissione del calore**

Sintesi	488
Domande	493
Problemi	494
Problemi di riepilogo	495

**CAPITOLO 19****Teoria cinetica dei gas**

19.1 Numero di Avogadro	503
19.2 Gas perfetti	504
19.3 Pressione, temperatura e velocità quadratica media	507
19.4 Energia cinetica traslazionale	510
19.5 Cammino libero medio	510
19.6 Distribuzione delle velocità molecolari	512
19.7 Calori specifici molari di un gas perfetto	515
19.8 Gradi di libertà e calori specifici molari	519
19.9 Espansione adiabatica di un gas perfetto	522
Sintesi	526
Domande	526
Problemi	527
Problemi di riepilogo	531

**CAPITOLO 20****Entropia e secondo principio della termodinamica**

20.1 Entropia	533
20.2 Entropia nel mondo reale: le macchine termiche	539
20.3 Frigoriferi e macchine reali	544
20.4 Una prospettiva statistica sull'entropia	546
Sintesi	550
Domande	551
Problemi	551
Problemi di riepilogo	555

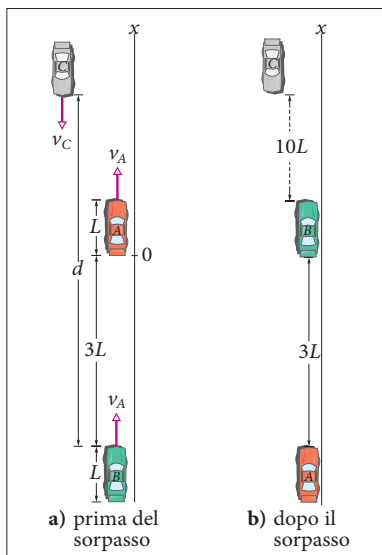
**Appendici**

A Sistema Internazionale di unità di misura (SI)	A-1
B Alcune costanti fondamentali della fisica	A-3
C Alcuni dati astronomici	A-4
D Fattori di conversione	A-5
E Formule matematiche	A-9
F Proprietà degli elementi	A-11
G Tavola periodica degli elementi	A-14
Indice analitico	I-1

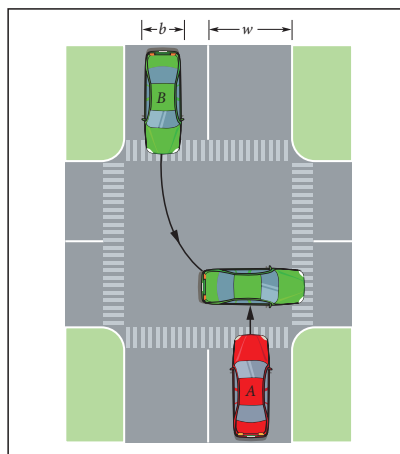
# Prefazione

Ecco una nuova edizione del libro di testo ideato da David Halliday e Robert Resnick nel 1963 e che io stesso ho usato da studente del primo anno al MIT. (Accidenti, il tempo è volato!)

Lavorare a questa nuova edizione mi ha permesso di scoprire molti nuovi esempi interessanti e di rivederne alcuni tra i miei preferiti delle edizioni precedenti. In questa pagina trovate alcuni casi di particolare interesse trattati in questa ottava edizione italiana di *Fondamenti di Fisica – Meccanica, Onde, Termodinamica*. Inoltre, in questa edizione si parla anche di:



**Figura 2.51** Come dovrebbe essere programmata l'auto a guida autonoma B affinché possa sorpassare in sicurezza l'auto A senza correre rischi a causa dell'auto C in arrivo?



**Figura 4.59** Nella manovra conosciuta come «la sinistra di Pittsburgh», un conducente nella corsia opposta anticipa il passaggio al semaforo verde e si porta rapidamente di fronte alla vostra auto mentre il semaforo è ancora rosso. Nella ricostruzione di un incidente, quanto tempo prima del verde il conducente ha iniziato la manovra?



**Figura 9.17** L'incidente d'auto più pericoloso è lo scontro frontale. In uno scontro di questo tipo tra automobili della stessa massa, quanto diminuisce la probabilità che un conducente muoia se nell'auto c'è un passeggero?



**Figura 9.87** Le cadute sono un problema cronico e serio per gli skater, i pattinatori, gli anziani, le persone che soffrono di crisi epilettiche, e molti altri. Spesso, queste persone cadono su una mano tesa, fratturandosi il polso. Da quale altezza la caduta può provocare una simile frattura?



**Figura 10.18a** Qual è l'aumento di tensione nei tendini d'Achille di una persona in piedi quando si indossano i tacchi alti?



**Figura 10.58a** Quale tensione era necessaria nel tendine d'Achille di Michael Jackson per sostenerlo rispetto alla forza di gravità durante il suo passo inclinato a  $45^\circ$  nel video musicale *Smooth Criminal*?

- rilevamento a distanza della caduta di una persona anziana,
  - illusione data da una palla veloce che sale,
  - come colpire una palla veloce nonostante la perdita momentanea della vista,
  - effetto squat per una nave che viaggia a profondità maggiore in un canale,
  - la tipica situazione di pericolo in cui un ciclista scompare dalla vista a un incrocio,
- e molto altro.

## CHE COSA C'È DI NUOVO?

- *Verifiche*, una per ogni paragrafo
- *Problemi svolti*
- *Sintesi* alla fine di ogni capitolo
- Circa 300 *nuovi problemi* di fine capitolo
- *Soluzioni dettagliate*, disponibili online in lingua inglese, per i problemi di fine capitolo indicati con **MS**

Nel progettare questa nuova edizione, mi sono concentrato su alcune aree della ricerca che mi interessano in particolar modo e ho scritto nuove spiegazioni nel testo e molti nuovi esercizi e problemi da svolgere.

Per esempio, osserviamo la prima immagine di un buco nero (che ho atteso tutta la vita) e poi esaminiamo le onde gravitazionali (un argomento di cui ho discusso con Rainer Weiss al MIT quando lavoravo nel suo laboratorio, diversi anni prima che gli venisse l'idea di usare un interferometro come rivelatore di onde).

Ho scritto un nuovo problema svolto e diversi esercizi da svolgere sulle auto a guida autonoma, nelle quali un computer deve elaborare procedure di guida sicure, come il sorpasso di un'auto che viaggia lentamente mentre un'altra auto è in arrivo nella corsia di sorpasso.

## LE RISORSE MULTIMEDIALI

**[online.universita.zanichelli.it/halliday-mot8e](http://online.universita.zanichelli.it/halliday-mot8e)**

A questo indirizzo sono disponibili le risorse multimediali di complemento al libro. Per accedere alle risorse protette è necessario registrarsi su **[my.zanichelli.it](http://my.zanichelli.it)** seguendo le istruzioni riportate nella prima pagina del libro.

## Libro con ebook

Chi acquista il libro può accedere gratuitamente all'ebook, online e offline, seguendo le istruzioni presenti nella prima pagina del libro. L'ebook si legge offline anche con l'applicazione *Booktab Z*, che si scarica gratis da *App Store* (per *Apple*) o da *Google Play* (per *Android*). L'accesso all'ebook e alle risorse digitali protette è personale, non condivisibile e non cedibile, né autonomamente né con la cessione del libro cartaceo.



# Rotazione

## 10.1 VARIABILI ROTAZIONALI

### Idee chiave

- Per descrivere la rotazione di un corpo rigido attorno a un asse fisso, chiamato asse di rotazione, consideriamo una retta di riferimento solidale con il corpo, perpendicolare all'asse di rotazione e in rotazione con il corpo. Misuriamo la posizione angolare  $\theta$  di tale retta rispetto a una direzione fissata. Quando  $\theta$  è misurato in radianti, si ha

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{misurato in radianti})$$

dove  $s$  è la lunghezza dell'arco di una circonferenza di raggio  $r$  sotteso dall'angolo  $\theta$ .

- Le misure in radianti sono legate alle misure degli angoli in angoli giro e gradi dalla relazione

$$1 \text{ angolo giro} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

- Un corpo che ruota attorno a un asse, variando la propria posizione angolare da  $\theta_1$  a  $\theta_2$ , subisce uno spostamento angolare

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

dove  $\Delta\theta$  è positivo per rotazioni in senso antiorario e negativo per rotazioni in senso orario.

- Se un corpo ruota compiendo uno spostamento angolare  $\Delta\theta$  in un intervallo di tempo  $\Delta t$ , la sua velocità angolare media  $\omega_m$  è

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La velocità angolare (istantanea)  $\omega$  del corpo è

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Sia  $\omega_m$  sia  $\omega$  sono associate a vettori, con direzione e verso determinati dalla regola della mano destra. Sono positive per rotazioni in senso antiorario e negative per rotazioni in senso orario.

- Se la velocità angolare di un corpo varia da  $\omega_1$  a  $\omega_2$  in un intervallo di tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , l'accelerazione angolare media  $\alpha_m$  del corpo è

$$\alpha_m = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

L'accelerazione angolare (istantanea)  $\alpha$  del corpo è

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

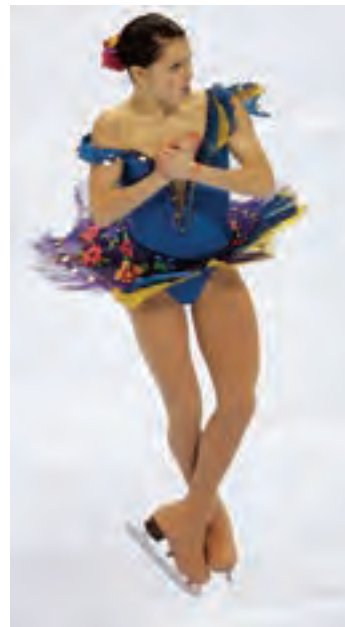
Sia  $\alpha_m$  sia  $\alpha$  sono associate a vettori.

### Come si descrive un moto di rotazione?

Come già discusso, uno degli obiettivi della fisica è lo studio del moto dei corpi. Finora, però, abbiamo esaminato solo il moto di **traslazione**, nel quale un oggetto si muove lungo una linea retta o lungo una curva, come nella [Figura 10.1a](#). Ora ci dedichiamo al moto di **rotazione**, nel quale un oggetto ruota attorno a un asse, come nella [Figura 10.1b](#).



a)



b)

**Figura 10.1** La pattinatrice artistica Sasha Cohen compie **a)** un moto di pura traslazione e **b)** un moto di pura rotazione attorno a un asse verticale.

Potete vedere il moto rotatorio in quasi ogni macchina, lo usate ogni volta che aprite una lattina tirando la linguetta, pagate per sperimentarlo ogni volta che andate in un parco divertimenti. La rotazione è la chiave di molte attività ricreative, come tirare un colpo lungo nel golf (la palla deve ruotare per far sì che l'aria la sostenga più a lungo) o lanciare una palla curva nel baseball (la palla deve ruotare per far sì che l'aria la spinga a sinistra o a destra). La rotazione è anche la chiave di questioni più serie, come il cedimento dei metalli negli aerei che diventano vecchi.

Cominciamo la nostra analisi della rotazione definendo le variabili del moto, come abbiamo fatto per il moto di traslazione nel capitolo 2. Come vedremo, le variabili per la rotazione sono analoghe a quelle già viste per il moto in una dimensione e, come nel capitolo 2, un importante caso particolare è quello in cui l'accelerazione (in questo caso l'accelerazione rotazionale) è costante. Vedremo anche che la seconda legge di Newton può essere scritta per il moto rotazionale, ma dobbiamo usare una nuova grandezza, detta *momento torcente*, al posto della semplice forza. Anche la definizione di lavoro e il teorema dell'energia cinetica possono essere applicati al caso rotazionale, ma dobbiamo usare una nuova grandezza chiamata *momento d'inerzia* al posto della semplice massa. In definitiva molto di quanto abbiamo già discusso finora può essere applicato al moto di rotazione, talora con poche modifiche.

**Attenzione.** Nonostante la ripetizione di concetti di fisica già analizzati, molti studenti trovano questo capitolo e il successivo molto impegnativi. I docenti lo spiegano in diversi modi, ma sono due le ragioni che prevalgono: (1) c'è un gran numero di simboli (con lettere greche) da gestire; (2) sebbene abbiate familiarità con i moti lineari (potete tranquillamente attraversare la stanza e andare in strada), probabilmente non ne avete abbastanza con i moti rotatori (e questo è uno dei motivi per i quali siete disposti a pagare così tanto per le corse nei parchi di divertimento!) Se un problema assegnato vi sembra scritto in una lingua straniera, vedete se tradurlo nel moto lineare in una dimensione del capitolo 2 vi aiuta. Per esempio, se dovete trovare una distanza *angolare*, temporaneamente cancellate l'aggettivo *angolare* e vedete se potete affrontare il problema con le notazioni e i concetti fisici del capitolo 2.

## Variabili rotazionali

Vogliamo esaminare la rotazione di un corpo rigido attorno a un asse fisso. Un **corpo rigido** è un corpo capace di ruotare mantenendo tutte le sue parti vincolate tra loro e conservando la sua forma. Un **asse fisso** significa che la rotazione avviene attorno a un asse che non si muove. Pertanto, non esamineremo la rotazione di un oggetto come il Sole, perché le parti del Sole (una sfera di gas) non sono vincolate le une alle altre. Inoltre, non esamineremo un oggetto come una palla da bowling che ruota lungo una pista, perché la palla ruota attorno a un asse che si muove (il moto della palla è un misto di rotazione e traslazione).

La **Figura 10.2** mostra un corpo rigido di forma arbitraria in rotazione attorno a un asse fisso, chiamato **asse di rotazione**. Nella rotazione pura (*moto angolare*), ogni punto del corpo si muove su una circonferenza, il cui centro giace sull'asse di rotazione, e descrive lo stesso angolo durante un dato intervallo di tempo. Nella traslazione pura (*moto lineare*), ogni punto del corpo si muove lungo una linea retta e copre la stessa *distanza lineare* durante un dato intervallo di tempo.

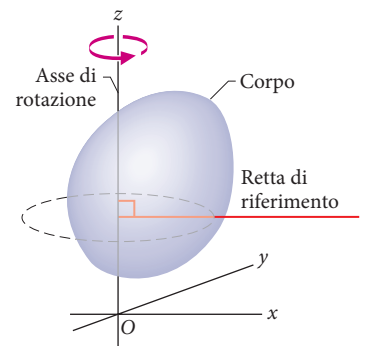
Trattiamo ora, una alla volta, le grandezze angolari equivalenti alle grandezze lineari, ossia posizione, spostamento, velocità e accelerazione.

### Posizione angolare

La **Figura 10.2** mostra anche una *retta di riferimento*, solidale con il corpo, perpendicolare all'asse di rotazione e in rotazione con il corpo. La **posizione angolare** di questa retta è l'angolo formato dalla stessa con una direzione prefissata che prendiamo come l'**origine** o lo **zero della posizione angolare**. Nella **Figura 10.3** la posizione angolare  $\theta$  è misurata rispetto al verso positivo dell'asse  $x$ . Dalla geometria sappiamo che  $\theta$  è dato da

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{misurato in radianti}) \quad (10.1)$$

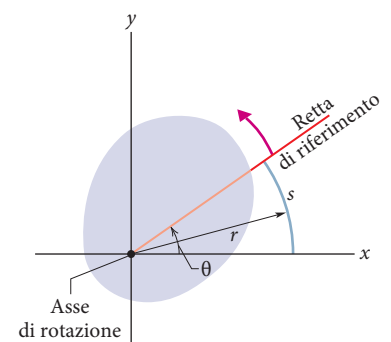
Qui  $s$  è la lunghezza dell'arco della circonferenza che va dall'asse  $x$  (lo zero della posizione angolare) alla retta di riferimento e  $r$  è il raggio di tale circonferenza.



La retta di riferimento è solidale col corpo ed è perpendicolare all'asse di rotazione. La usiamo per misurare la rotazione del corpo rispetto a una direzione fissa.

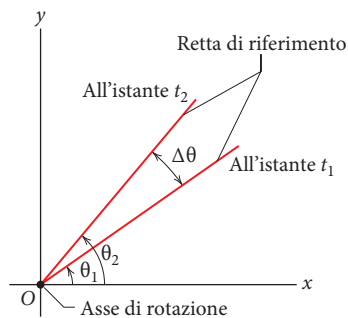
**Figura 10.2** Un corpo rigido di forma arbitraria in pura rotazione attorno all'asse  $z$  di un sistema di coordinate cartesiane. La posizione della *retta di riferimento* rispetto al corpo rigido è arbitraria, ma la retta è perpendicolare all'asse di rotazione. È solidale con il corpo e ruota con esso.

Il corpo ha compiuto una rotazione di un angolo  $\theta$  in senso *antiorario*. Questo è il verso positivo della rotazione.



Il punto nero indica l'asse di rotazione uscente dal piano del disegno.

**Figura 10.3** Il corpo rigido rotante della **Figura 10.2** in sezione trasversale, visto dall'alto. Il piano della sezione è perpendicolare all'asse di rotazione, che ora è uscente dalla pagina, verso di voi. In questa posizione del corpo, la retta di riferimento forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $x$ .



Questa variazione dell'angolo della retta di riferimento (solidale col corpo) è lo spostamento angolare del corpo durante quest'intervallo di tempo.

**Figura 10.4** La retta di riferimento del corpo rigido delle Figure 10.2 e 10.3 si trova nella posizione angolare  $\theta_1$  all'istante  $t_1$  e nella posizione angolare  $\theta_2$  a un istante successivo  $t_2$ . La quantità  $\Delta\theta (= \theta_2 - \theta_1)$  è lo spostamento angolare che avviene durante l'intervallo di tempo  $\Delta t (= t_2 - t_1)$ . Nel disegno il corpo non è raffigurato.

Un angolo così definito è misurato in **radianti** (rad) piuttosto che in numero di giri o in gradi. Il radiante, essendo il rapporto tra due lunghezze, è un numero puro ossia è adimensionale. Poiché la circonferenza di raggio  $r$  ha lunghezza  $2\pi r$ , in un cerchio completo ci sono  $2\pi$  radianti:

$$1 \text{ angolo giro} = 360^\circ = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad} \quad (10.2)$$

e quindi

$$1 \text{ rad} = 57,3^\circ = 0,159 \text{ giri} \quad (10.3)$$

Non resettiamo l'angolo  $\theta$  a zero a ogni rotazione completa della retta di riferimento attorno all'asse di rotazione. Se essa completa due giri rispetto allo zero della posizione angolare, la posizione angolare della retta è  $\theta = 4\pi$  rad.

Per un moto di pura traslazione lungo un asse  $x$  possiamo sapere tutto ciò che c'è da sapere su un corpo che trasla se conosciamo  $x(t)$ , ossia la sua posizione in funzione del tempo. Analogamente, per la rotazione pura possiamo sapere tutto ciò che c'è da sapere su un corpo che ruota se conosciamo  $\theta(t)$ , ossia la posizione angolare della retta di riferimento del corpo in funzione del tempo.

### Spostamento angolare

Se il corpo della **Figura 10.3** ruota attorno all'asse di rotazione come nella **Figura 10.4**, variando la posizione angolare della retta di riferimento da  $\theta_1$  a  $\theta_2$ , il corpo subisce uno **spostamento angolare**  $\Delta\theta$  dato da

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad (10.4)$$

Questa definizione dello spostamento angolare vale non solo per il corpo rigido nel suo insieme, ma anche *per ogni punto del corpo stesso*.

**Gli orologi sono negativi.** Se un corpo compie un moto di traslazione lungo un asse  $x$ , il suo spostamento  $\Delta x$  può essere positivo o negativo, a seconda che il corpo si sposti nel verso positivo o nel verso negativo dell'asse. Analogamente, lo spostamento angolare  $\Delta\theta$  di un corpo rotante può essere positivo o negativo in base alla regola seguente:



uno spostamento angolare in senso antiorario è positivo e uno spostamento angolare in senso orario è negativo.

La frase «*gli orologi sono negativi*» può aiutarvi a ricordare la regola (di sicuro gli orologi sono negativi quando la loro sveglia suona presto al mattino).



### VERIFICA 1

Un disco può ruotare attorno al suo asse centrale come una giostra. Quali delle coppie di valori (a)  $-3$  rad,  $5$  rad; (b)  $-3$  rad,  $-7$  rad; (c)  $7$  rad,  $-3$  rad, rispettivamente per la posizione angolare iniziale e per quella finale del disco, danno luogo a uno spostamento angolare negativo?

### Velocità angolare

Supponete che il corpo rotante in esame sia nella posizione angolare  $\theta_1$  all'istante  $t_1$ , e nella posizione angolare  $\theta_2$  all'istante  $t_2$ , come nella **Figura 10.4**. Definiamo la **velocità angolare media** del corpo nell'intervallo di tempo  $\Delta t$  da  $t_1$  a  $t_2$  come

$$\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (10.5)$$

dove  $\Delta\theta$  è lo spostamento angolare compiuto nell'intervallo  $\Delta t$ . ( $\omega$  è la lettera greca omega minuscola.)

La **velocità angolare (istantanea)**  $\omega$ , nella quale ci imbattemo molto spesso, è il limite del rapporto presente nell'equazione 10.5 per  $\Delta t$  che tende a zero. Quindi,

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (10.6)$$

Se conosciamo  $\theta(t)$ , possiamo trovare la velocità angolare  $\omega$  derivando la funzione  $\theta(t)$  rispetto al tempo.

Le equazioni 10.5 e 10.6 non valgono soltanto per il corpo rigido nel suo complesso, ma anche *per ogni particella di quel corpo* perché le particelle sono bloccate l'una rispetto all'altra. L'unità di misura della velocità angolare più comune è radianti al secondo (rad/s) o giri al secondo (giri/s). C'è un'altra unità di misura della velocità angolare usata durante le prime tre decadi del rock: la musica veniva prodotta tramite registrazioni su dischi in vinile (fonografici) che venivano fatti girare su giradischi a « $33\frac{1}{3}$  giri/min» o «45 giri/min».

Se una particella compie un moto di traslazione lungo un asse  $x$ , la sua velocità lineare  $v$  può essere positiva o negativa, a seconda del verso del suo moto lungo l'asse. Analogamente, la velocità angolare  $\omega$  di un corpo rigido che ruota può essere positiva o negativa, a seconda che il corpo ruoti in senso antiorario (positivo) o in senso orario (negativo). («Gli orologi sono negativi» funziona ancora.) Con  $\omega$  si indica anche il modulo del vettore velocità angolare, che introdurremo in seguito.

### Accelerazione angolare

Se la velocità angolare di un corpo rotante non è costante, il corpo ha un'accelerazione angolare. Siano  $\omega_2$  e  $\omega_1$  le velocità angolari rispettivamente agli istanti  $t_2$  e  $t_1$ . L'**accelerazione angolare media** del corpo rotante nell'intervallo di tempo da  $t_1$  a  $t_2$  è definita come

$$\alpha_m = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (10.7)$$

dove  $\Delta\omega$  è la variazione della velocità angolare che avviene nell'intervallo di tempo  $\Delta t$ . L'**accelerazione angolare (istantanea)**  $\alpha$ , con la quale avremo per lo più a che fare, è il limite dell'accelerazione angolare media per  $\Delta t$  che tende a zero. Pertanto,

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (10.8)$$

Come il nome suggerisce, questa è l'accelerazione angolare del corpo rigido in un dato istante. Le equazioni 10.7 e 10.8 valgono anche *per ogni particella di quel corpo*. L'unità di misura dell'accelerazione angolare più comune è radianti al secondo quadrato (rad/s<sup>2</sup>) oppure giri al secondo quadrato (giri/s<sup>2</sup>).

## Problema svolto 10.1 Velocità angolare derivata dalla posizione angolare

Il disco della **Figura 10.5a** ruota attorno al suo asse centrale come una giostra. La posizione angolare  $\theta(t)$  della retta di riferimento solidale con il disco indicata nella figura è data da

$$\theta = -1,00 - 0,600t + 0,250t^2 \quad (10.9)$$

con  $t$  espresso in secondi,  $\theta$  in radianti e con lo zero della posizione angolare come indicato nella figura. (Se volete, potete tradurre tutto ciò nella notazione del capitolo 2, tralasciando temporaneamente la parola «angolare» in «posizione angolare» e sostituendo il simbolo  $\theta$  con il simbolo  $x$ . Ciò che ottenete è un'equazione che dà la posizione in funzione del tempo per il moto unidimensionale del capitolo 2.)

(a) Riportate in grafico la posizione angolare del disco in funzione del tempo dall'istante  $t = -3,0$  s all'istante  $t = 5,4$  s. Fate un disegno del disco e della posizione angolare della sua retta di riferimento per  $t = -2,0$  s, per  $t = 0$  s e per  $t = 4,0$  s e indicate i punti in cui la curva attraversa l'asse  $t$ .

### SOLUZIONE (a)

La posizione angolare del disco è la posizione angolare  $\theta(t)$  della sua retta di riferimento, data dall'equazione 10.9 in funzione del tempo. Quindi, riportiamo in grafico l'equazione 10.9; il risultato è mostrato nella **Figura 10.5b**.

**Calcoli.** Per disegnare il disco e la sua retta di riferimento a un particolare istante di tempo dobbiamo determinare  $\theta$

in quell'istante. Per fare ciò sostituiamo l'istante di tempo nell'equazione 10.9. Per  $t = -2,0$  s otteniamo

$$\begin{aligned} \theta &= -1,00 - (0,600)(-2,0) + (0,250)(-2,0)^2 \\ &= 1,2 \text{ rad} = 1,2 \text{ rad} \frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = 69^\circ \end{aligned}$$

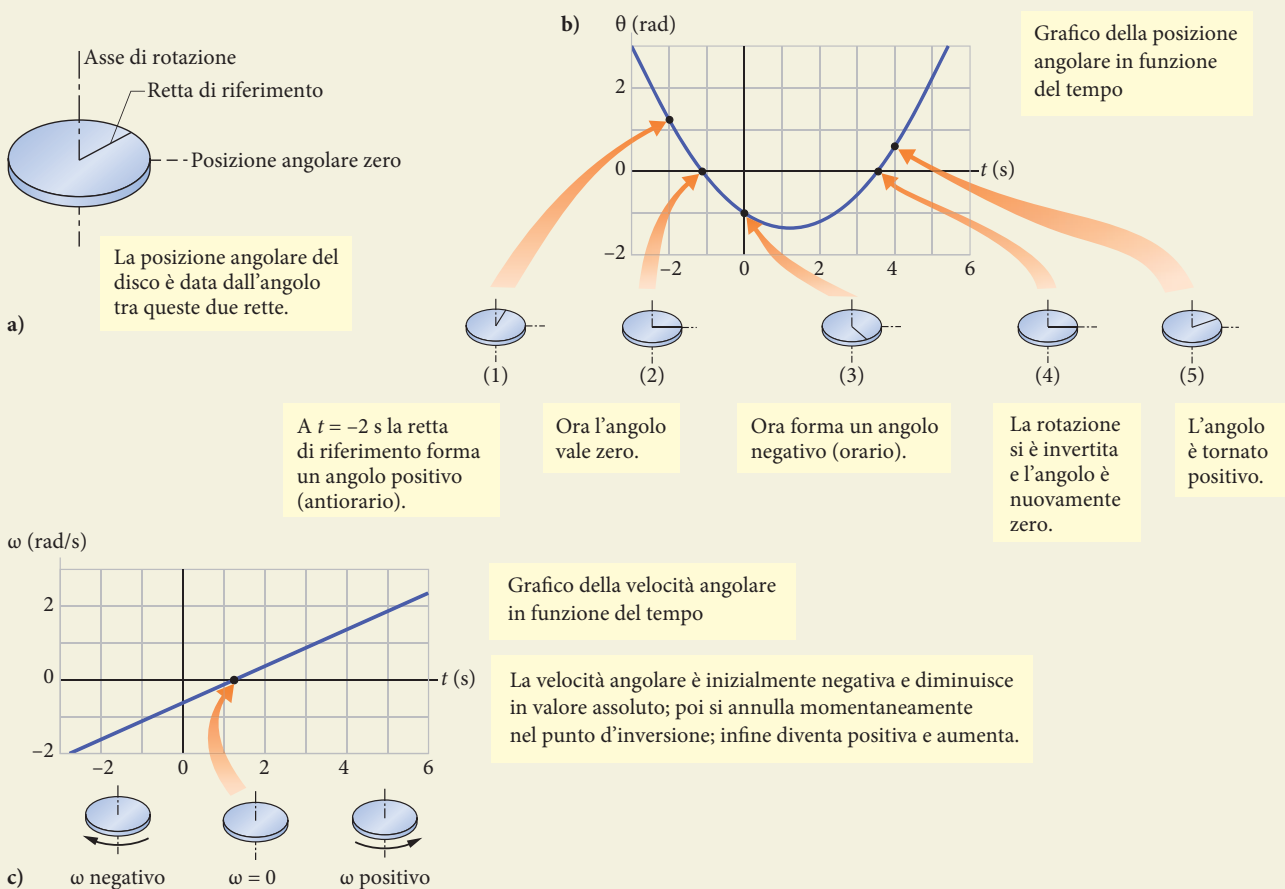
Ciò significa che all'istante  $t = -2,0$  s la retta di riferimento solidale con il disco ha compiuto una rotazione in senso antiorario dallo zero della posizione angolare di un angolo di  $1,2 \text{ rad} = 69^\circ$  (in senso antiorario perché  $\theta$  è positivo). Il disegno 1 nella **Figura 10.5b** mostra questa posizione della retta di riferimento.

In modo analogo, per  $t = 0$  troviamo  $\theta = -1,00 \text{ rad} = -57^\circ$ , come mostrato nel disegno 3. Per  $t = 4,0$  s troviamo  $\theta = 0,60 \text{ rad} = 34^\circ$  (disegno 5). Disegnare quando la curva interseca l'asse  $t$  è facile, perché in quei punti  $\theta = 0$  e la retta di riferimento è momentaneamente allineata con lo zero della posizione angolare (disegni 2 e 4).

(b) In quale istante  $t_{\min}$  la posizione angolare  $\theta(t)$  raggiunge il valore minimo mostrato nella **Figura 10.5b**? Qual è tale valore minimo?

### SOLUZIONE (b)

Per trovare un estremo (in questo caso il minimo) di una funzione, calcoliamo la derivata prima della funzione e la poniamo uguale a zero.



**Figura 10.5 a)** Un disco che ruota. **b)** Grafico della posizione angolare  $\theta(t)$  del disco. Cinque disegni indicano la posizione angolare della retta di riferimento solidale con il disco per cinque punti della curva. **c)** Grafico della velocità angolare  $\omega(t)$  del disco. I valori positivi di  $\omega$  corrispondono a rotazioni in senso antiorario e i valori negativi a rotazioni in senso orario.

**Calcoli.** La derivata prima di  $\theta(t)$  è

$$\frac{d\theta}{dt} = -0,600 + 0,500t \quad (10.10)$$

Ponendola uguale a zero e risolvendo l'equazione che si ottiene rispetto a  $t$ , si ha

$$t_{\min} = 1,20 \text{ s}$$

Per ottenere il valore minimo di  $\theta$ , sostituiamo  $t_{\min}$  nell'equazione 10.9 e troviamo

$$\theta = -1,36 \text{ rad} \approx -77,9^\circ$$

Questo *minimo* di  $\theta(t)$  (il minimo della curva nella **Figura 10.5b**) corrisponde alla *massima rotazione in senso orario* del disco a partire dallo zero della posizione angolare, ossia una rotazione un po' più grande di quella mostrata nel disegno 3.

**(c)** Riportate in grafico la velocità angolare  $\omega$  del disco in funzione del tempo dall'istante  $t = -3,0$  s all'istante  $t = 6,0$  s. Disegnate il disco e indicate il senso di rotazione e il segno di  $\omega$  per  $t = -2,0$  s, per  $t = 4,0$  s e per  $t_{\min}$ .

**SOLUZIONE (c)**

Dall'equazione 10.6 la velocità angolare  $\omega$  è uguale a  $d\theta/dt$ , che è data dall'equazione 10.10. Quindi, si ha

$$\omega = -0,600 + 0,500t \quad (10.11)$$

Il grafico di questa funzione  $\omega(t)$  è mostrato nella **Figura 10.5c**. Poiché la funzione è lineare, il grafico è rappresentato da una retta. La pendenza è  $0,500 \text{ rad/s}^2$  e l'intercetta con l'asse verticale (non indicata) è  $-0,600 \text{ rad/s}$ .

**Calcoli.** Per disegnare il disco all'istante  $t = -2,0$  s sostituiamo questo valore nell'equazione 10.11 e otteniamo

$$\omega = -1,6 \text{ rad/s}$$

Il segno meno ci dice che all'istante  $t = -2,0$  s il disco sta ruotando in senso orario (come indicato dal disegno a sinistra nella **Figura 10.5c**).

Sostituendo  $t = 4,0$  s nell'equazione 10.11, otteniamo

$$\omega = -1,4 \text{ rad/s}$$

Il segno positivo ci dice che ora il disco ruota in senso antiorario (disegno a destra nella **Figura 10.5c**).

Per  $t_{\min}$  sappiamo già che  $d\theta/dt = 0$ . Quindi, dobbiamo avere anche  $\omega = 0$ . Cioè il disco si ferma momentaneamente quando la retta di riferimento raggiunge il valore minimo di  $\theta$  nella **Figura 10.5b**, come suggerito dal disegno centrale nella **Figura 10.5c**. Sul grafico di  $\omega$  in funzione di  $t$ , dato nella **Figura 10.5c**, tale arresto momentaneo è il punto nullo in cui si passa da moto negativo in senso orario a moto positivo in senso antiorario.

**(d)** Usate i risultati ottenuti da (a) a (c) e descrivete il moto del disco da  $t = -3,0$  s a  $t = 6,0$  s.

**SOLUZIONE (d)**

**Descrizione.** Alla prima osservazione, all'istante  $t = -3,0$  s, il disco ha una posizione angolare positiva e sta ruotando in senso orario ma sta rallentando. Si ferma nella posizione angolare  $\theta = -1,36 \text{ rad}$  e poi comincia a ruotare in senso antiorario e la sua posizione angolare alla fine diventa di nuovo positiva.

### Problema svolto 10.2 Velocità angolare derivata dall'accelerazione angolare

La trottola di una bambina viene fatta girare con un'accelerazione angolare

$$\alpha = 5t^3 - 4t$$

con  $t$  espresso in secondi e  $\alpha$  in radianti al secondo quadrato. All'istante  $t = 0$  la trottola ha una velocità angolare di 5 rad/s e una retta di riferimento solidale con essa si trova nella posizione angolare  $\theta = 2$  rad.

(a) Ricavate un'espressione per la velocità angolare  $\omega(t)$  della trottola. Ossia, trovate un'espressione che indichi esplicitamente come la velocità angolare dipenda dal tempo. (Sappiamo che esiste una tale dipendenza perché la trottola subisce un'accelerazione angolare, ossia la sua velocità angolare cambia.)

#### SOLUZIONE (a)

Per definizione  $\alpha(t)$  è la derivata di  $\omega(t)$  rispetto al tempo. Possiamo dunque trovare  $\omega(t)$  integrando  $\alpha(t)$  rispetto al tempo.

**Calcoli.** L'equazione 10.8 ci dice che

$$d\omega = \alpha dt$$

e quindi

$$\int d\omega = \int \alpha dt$$

Da questa troviamo

$$\omega = \int (5t^3 - 4t) dt = \frac{5}{4}t^4 - \frac{4}{2}t^2 + C$$

Al fine di determinare la costante d'integrazione  $C$ , notiamo che  $\omega = 5$  rad/s per  $t = 0$ . Sostituendo questi valori nella nostra espressione per  $\omega$ , si ha

$$5 \text{ rad/s} = 0 - 0 + C$$

da cui  $C = 5$  rad/s. Dunque,

$$\omega = \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5$$

(b) Ricavate un'espressione per la posizione angolare  $\theta(t)$  della trottola.

#### SOLUZIONE (b)

Per definizione  $\omega(t)$  è la derivata di  $\theta(t)$  rispetto al tempo. Possiamo dunque trovare  $\theta(t)$  integrando  $\omega(t)$  rispetto al tempo.

**Calcoli.** Poiché l'equazione 10.6 ci dice che

$$d\theta = \omega dt$$

possiamo scrivere

$$\begin{aligned} \theta &= \int \omega dt = \int \left( \frac{5}{4}t^4 - 2t^2 + 5 \right) dt \\ &= \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + C' \\ &= \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + 5t + 2 \end{aligned}$$

dove  $C'$  è stata calcolata notando che  $\theta = 2$  rad per  $t = 0$ .

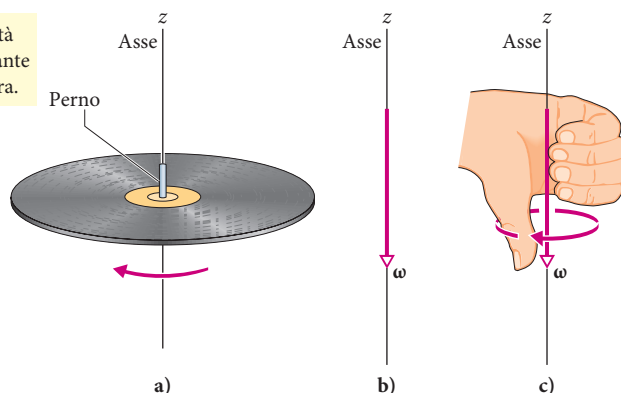
## Le grandezze angolari sono vettori?

Possiamo descrivere la posizione, la velocità e l'accelerazione di una singola particella per mezzo di vettori. Se la particella è obbligata a muoversi su una linea retta, tuttavia, non abbiamo bisogno della notazione vettoriale. Tale particella ha soltanto due versi a disposizione per il suo moto e possiamo indicarli con il segno più e il segno meno.

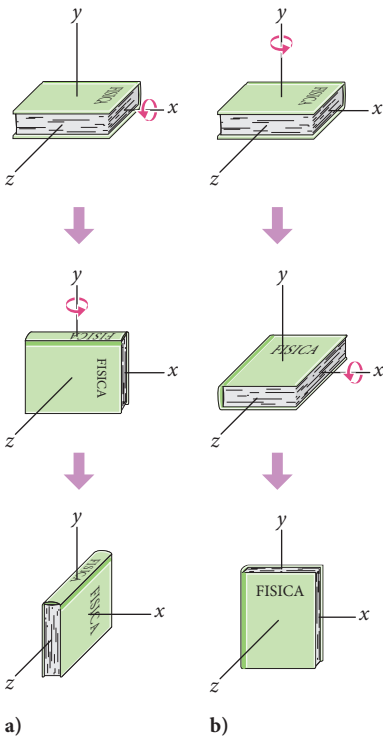
Allo stesso modo, un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso può ruotare solo in senso orario o in senso antiorario rispetto all'asse, e di nuovo possiamo distinguere i due sensi di rotazione con il segno meno e il segno più. Viene quindi spontaneo chiedersi: «Possiamo trattare come vettori lo spostamento angolare, la velocità angolare e l'accelerazione angolare di un corpo rotante?» La risposta è sì (vedete di seguito a cosa fare attenzione in riferimento allo spostamento angolare).

**Velocità angolare.** Considerate la velocità angolare. La **Figura 10.6a** mostra un disco in vinile che ruota su un giradischi. Il disco ha una velocità angolare costante di modulo  $\omega$  ( $= 33\frac{1}{3}$  giri/min) in senso orario. Possiamo rappresentare la velocità angolare con un vettore  $\omega$  diretto lungo l'asse di rotazione, come nella **Figura 10.6b**. Ecco come: scegliamo la lunghezza di questo vettore in base a una qualche scala scelta per convenienza, con 1 cm che corrisponde a 10 giri/min.

Il verso del vettore velocità angolare è stabilito mediante la regola della mano destra.



**Figura 10.6 a)** Un disco in vinile ruota attorno a un asse verticale che coincide con l'asse del perno. **b)** La velocità angolare del disco rotante può essere rappresentata dal vettore  $\omega$  che giace sull'asse ed è rivolto verso il basso, come mostrato. **c)** Stabiliamo che la direzione del vettore velocità angolare è lungo l'asse di rotazione e che il vettore è rivolto verso il basso usando la regola della mano destra. Quando le dita della mano destra si piegano attorno al disco e puntano nel senso della rotazione, il pollice allungato punta nella direzione e nel verso del vettore  $\omega$ .



L'ordine di esecuzione delle rotazioni produce risultati diversi.

**Figura 10.7 a)** Partendo dalla posizione iniziale in alto a sinistra, il libro subisce due rotazioni successive di  $90^\circ$ , la prima attorno all'asse  $x$  (orizzontale) e la seconda attorno all'asse  $y$  (verticale). **b)** Il libro subisce le stesse due rotazioni, ma nell'ordine inverso.

Poi stabiliamo la direzione e il verso del vettore  $\omega$  usando la **regola della mano destra**, come mostra la **Figura 10.6c**: piegate le dita della mano destra attorno al disco rotante, con le dita che puntano *nel senso della rotazione*. Il pollice allungato punterà allora nella direzione e nel verso del vettore velocità angolare. Se il disco ruotasse in senso antiorario, la regola della mano destra ci direbbe che il vettore velocità angolare punta nella stessa direzione ma nel verso opposto rispetto a prima.

Non è facile abituarsi a rappresentare le grandezze angolari come vettori. Istintivamente ci aspettiamo che qualcosa debba muoversi *lungo* la direzione di un vettore. Ma non è così in questo caso. Al contrario, qualcosa (il corpo rigido) ruota *attorno* alla direzione del vettore. Nel mondo della rotazione pura, un vettore definisce un asse di rotazione, non una direzione lungo la quale qualcosa si muove. Tuttavia, il vettore definisce anche il moto. Inoltre, obbedisce a tutte le regole delle operazioni tra vettori discusse nel capitolo 3. L'accelerazione angolare  $\alpha$  è un altro vettore e anch'esso obbedisce alle stesse regole.

In questo capitolo considereremo solo rotazioni attorno a un asse fisso. In questo contesto non abbiamo bisogno di considerare i vettori, possiamo rappresentare la velocità angolare con  $\omega$  e l'accelerazione angolare con  $\alpha$  e possiamo indicare il senso di rotazione con un implicito segno «+» per una rotazione antioraria e un esplicito segno «-» per una rotazione oraria.

**Spostamento angolare.** Ora facciamo attenzione: gli *spostamenti* angolari (a meno che non siano molto piccoli) *non* possono essere trattati come vettori. Perché no? Possiamo certamente assegnare loro sia un modulo sia una direzione e un verso, come abbiamo fatto per il vettore velocità angolare della **Figura 10.6**. Tuttavia, per essere rappresentata da un vettore una grandezza deve *anche* obbedire alle regole della somma tra vettori, una delle quali dice che se sommate due vettori, non ha importanza in che ordine questi vengano sommati. Gli spostamenti angolari non superano questo test.

La **Figura 10.7** mostra un esempio. Un libro inizialmente orizzontale subisce due spostamenti angolari di  $90^\circ$ , prima seguendo l'ordine mostrato nella **Figura 10.7a** e poi seguendo l'ordine mostrato nella **Figura 10.7b**. Sebbene i due spostamenti angolari siano identici, l'ordine nel quale vengono eseguiti non lo è e il libro alla fine ha due orientazioni diverse nei due casi. Ecco un altro esempio. Tenete il braccio destro verso il basso, con il palmo della mano destra verso la coscia. Tenendo il polso rigido, (1) alzate il braccio in avanti fino a che non è orizzontale, (2) muovetelo orizzontalmente fino a che non punta verso destra e poi (3) abbassatelo riportandolo di lato. Il palmo è rivolto in avanti. Se cominciate da capo ma invertite i passaggi, com'è rivolto il palmo della mano alla fine? Da entrambi gli esempi dobbiamo concludere che la somma di due spostamenti angolari dipende dall'ordine con cui essi vengono eseguiti e quindi non possono essere vettori.

## 10.2 ROTAZIONE CON ACCELERAZIONE ANGOLARE COSTANTE

### Idea chiave

- Il caso di accelerazione angolare costante ( $\alpha = \text{costante}$ ) è un importante caso particolare del moto di rotazione. Le equazioni cinematiche appropriate sono

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$$

$$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$$

### Rotazione con accelerazione angolare costante

Nella traslazione pura un moto con *accelerazione lineare costante* (per esempio, il moto di un corpo che cade) è un importante caso particolare. Nella Tabella 2.1 abbiamo riportato una serie di equazioni che valgono per questo tipo di moto.

Anche nella rotazione pura il caso di *accelerazione angolare costante* è importante e anche per questo vale un'analoga serie di equazioni. Non ricaviamo queste equazioni, ma le scriviamo semplicemente a partire dalle corrispondenti equazioni lineari, sostituendo alle grandezze lineari le grandezze angolari equivalenti.

**Tabella 10.1** Equazioni del moto per accelerazione costante (lineare e angolare).

Equazione	Moto lineare	Variabile mancante		Moto rotatorio	Equazione
(2.9)	$v = v_0 + at$	$x - x_0$	$\theta - \theta_0$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$	(10.12)
(2.13)	$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$v$	$\omega$	$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$	(10.13)
(2.14)	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$t$	$t$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$	(10.14)
(2.15)	$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	$a$	$\alpha$	$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t$	(10.15)
(2.16)	$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$	$v_0$	$\omega_0$	$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2} \alpha t^2$	(10.16)

La **Tabella 10.1** mette a confronto le due serie di equazioni (equazione 2.9 ed equazioni dalla 2.13 alla 2.16; equazioni dalla 10.12 alla 10.16).

Ricordate che le equazioni 2.9 e 2.13 sono le equazioni di base per il caso di accelerazione lineare costante; le altre equazioni lineari possono essere derivate dalle prime due. Analogamente, le equazioni 10.12 e 10.13 sono le equazioni di base per il caso di accelerazione angolare costante e le altre equazioni angolari possono essere derivate dalle prime due. Per risolvere un semplice problema che coinvolge un'accelerazione angolare costante, di solito, potete usare una delle equazioni angolari elencate (se avete l'elenco). Scegliete un'equazione per la quale la sola variabile incognita è la variabile richiesta dal problema. Un piano migliore è quello di ricordare solo le equazioni 10.12 e 10.13 e poi risolverle come un sistema di equazioni ogni volta che è necessario.

## ✓ VERIFICA 2

In quattro situazioni la posizione angolare  $\theta(t)$  di un corpo rotante è data da (a)  $\theta = 3t - 4$ , (b)  $\theta = -5t^3 + 4t^2 + 6$ , (c)  $\theta = 2/t^2 - 4/t$  e (d)  $\theta = 5t^2 - 3$ . A quali di queste situazioni si applicano le equazioni angolari della **Tabella 10.1**?

## Problema svolto 10.3 Accelerazione angolare costante, mola circolare

Una mola circolare (**Figura 10.8**) ruota con accelerazione angolare costante di modulo  $\alpha = 0,35 \text{ rad/s}^2$ . All'istante  $t = 0$  la mola ha una velocità angolare  $\omega_0 = -4,6 \text{ rad/s}$  e una retta di riferimento solidale con essa è orizzontale, nella posizione angolare  $\theta_0 = 0$ .

(a) In quale istante successivo a  $t = 0$  la retta di riferimento si trova nella posizione angolare  $\theta = 5,0$  giri?

### SOLUZIONE (a)

L'accelerazione angolare è costante, perciò possiamo usare le equazioni della **Tabella 10.1**. Scegliamo l'equazione 10.13,

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

perché l'unica variabile incognita che contiene è il tempo  $t$  richiesto.

**Calcoli.** Introducendo i valori noti e ponendo  $\theta_0 = 0$  e  $\theta = 5,0$  giri =  $10\pi$  rad, otteniamo

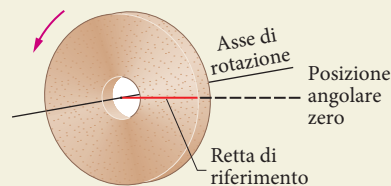
$$10\pi \text{ rad} = (-4,6 \text{ rad/s})t + \frac{1}{2}(0,35 \text{ rad/s}^2)t^2$$

(Abbiamo convertito 5,0 giri in  $10\pi$  rad per mantenere le unità di misura coerenti.) Risolvendo questa equazione di secondo grado rispetto a  $t$ , troviamo

$$t = 32 \text{ s}$$

Ora notate qualcosa di un po' strano. Vediamo prima la mola quando ruota nel verso negativo e passa per l'orientazione  $\theta = 0$ . Eppure, abbiamo appena trovato che 32 s più tardi si trova nell'orientazione positiva  $\theta = 5,0$  giri. Che cosa è suc-

Si misura la rotazione rispetto a questa retta di riferimento. Senso orario  $\rightarrow$  negativa; Senso antiorario  $\rightarrow$  positiva.



**Figura 10.8** Una mola circolare. All'istante  $t = 0$  la retta di riferimento (che immaginiamo sia tracciata sulla pietra) è orizzontale.

cesso in quest'intervallo di tempo per far sì che possa trovarsi in un'orientazione positiva?

(b) Descrivete il moto di rotazione tra l'istante  $t = 0$  e l'istante  $t = 32$  s.

### SOLUZIONE (b)

**Descrizione.** La mola inizialmente gira nel verso negativo (senso orario) con velocità angolare  $\omega_0 = -4,6 \text{ rad/s}$ , ma la sua accelerazione angolare  $\alpha$  è positiva. Il fatto che il segno della velocità angolare e quello dell'accelerazione angolare siano inizialmente opposti significa che la mola sta rallentando nel suo moto orario nel verso negativo, si ferma e poi inverte il senso di rotazione per ruotare nel verso positivo. Dopo che la retta di riferimento è tornata alla sua posizione iniziale  $\theta = 0$ , la mola ruota per altri 5,0 giri fino all'istante  $t = 32$  s.



## 10.7 SECONDA LEGGE DI NEWTON PER IL MOTO ROTATORIO

## Idea chiave

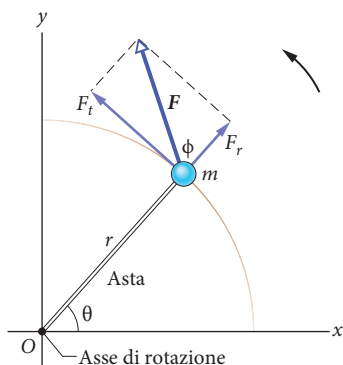
- L'analogo rotazionale della seconda legge di Newton è

$$\tau_{\text{tot}} = I\alpha$$

dove  $\tau_{\text{tot}}$  è il momento torcente risultante che agisce su una

particella o su un corpo rigido,  $I$  è il momento d'inerzia della particella o del corpo rispetto all'asse di rotazione e  $\alpha$  è l'accelerazione angolare attorno a quell'asse.

Il momento torcente dovuto alla componente tangenziale della forza provoca un'accelerazione angolare attorno all'asse di rotazione.



**Figura 10.17** Un semplice corpo rigido, libero di ruotare attorno a un'asse passante per  $O$ , è formato da una particella di massa  $m$  fissata all'estremità di un'asta di lunghezza  $r$  e massa trascurabile. Una forza applicata  $F$  fa sì che il corpo ruoti.

## Seconda legge di Newton per il moto rotatorio

Un momento torcente può causare la rotazione di un corpo rigido, come quando usate un momento per ruotare una porta. Qui vogliamo mettere in relazione il momento risultante  $\tau_{\text{tot}}$  delle forze che agiscono su un corpo rigido e l'accelerazione angolare  $\alpha$  che il momento provoca attorno all'asse di rotazione. Procediamo in analogia con la seconda legge di Newton ( $F_{\text{tot}} = ma$ ) per l'accelerazione  $a$  di un corpo di massa  $m$  dovuta a una forza risultante  $F_{\text{tot}}$  che agisce lungo un asse coordinato. Sostituiamo  $F_{\text{tot}}$  con  $\tau_{\text{tot}}$ ,  $m$  con  $I$  e  $a$  con  $\alpha$  e scriviamo

$$\tau_{\text{tot}} = I\alpha \quad (\text{seconda legge di Newton per la rotazione}) \quad (10.42)$$

## Dimostrazione dell'equazione 10.42

Dimostriamo l'equazione 10.42 considerando dapprima il semplice caso mostrato nella **Figura 10.17**. Il corpo rigido è formato da una particella di massa  $m$  fissata a un'estremità di un'asta priva di massa di lunghezza  $r$ . L'asta si può muovere soltanto ruotando attorno all'altra estremità, attorno a un'asse perpendicolare al piano della pagina. La particella, dunque, si può muovere solo su una traiettoria circolare che ha l'asse di rotazione nel suo centro.

Una forza  $F$  agisce sulla particella. Tuttavia, poiché la particella si può muovere solo lungo la traiettoria circolare, soltanto la componente tangenziale  $F_t$  della forza (la componente che è tangente alla traiettoria circolare) può accelerare la particella lungo la traiettoria. Possiamo mettere in relazione  $F_t$  e l'accelerazione tangenziale  $a_t$  della particella sulla traiettoria tramite la seconda legge di Newton, scrivendo

$$F_t = ma_t$$

Il momento della forza che agisce sulla particella, dall'equazione 10.33, è

$$\tau = F_t r = ma_t r$$

Dall'equazione 10.22 ( $a_t = \alpha r$ ) possiamo scrivere l'equazione precedente come

$$\tau = m(\alpha r)r = (mr^2)\alpha \quad (10.43)$$

La grandezza tra parentesi al secondo membro è il momento d'inerzia della particella rispetto all'asse di rotazione (vedi l'equazione 10.33, anche se qui abbiamo una sola particella). Pertanto, introducendo il momento d'inerzia  $I$ , l'equazione 10.43 si riduce a

$$\tau = I\alpha \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.44)$$

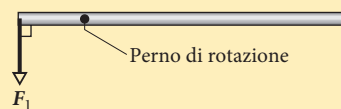
Se più di una forza è applicata alla particella, l'equazione 10.44 diventa

$$\tau_{\text{tot}} = I\alpha \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.45)$$

ossia l'equazione che volevamo dimostrare. Possiamo generalizzare questa equazione a qualsiasi corpo rigido rotante attorno a un'asse fisso, perché qualsiasi corpo del genere può essere sempre analizzato come un'aggregazione di particelle singole.

### ✓ VERIFICA 7

La figura mostra un metro visto dall'alto che può ruotare attorno al punto indicato, che si trova a sinistra del punto medio del metro. Al metro sono applicate due forze orizzontali  $F_1$  e  $F_2$ , di cui solo la prima è mostrata nella figura. La forza  $F_2$  è perpendicolare al metro ed è applicata all'estremità destra. Affinché il metro non ruoti, (a) quale dovrebbero essere la direzione e il verso di  $F_2$ , e (b)  $F_2$  dovrebbe essere maggiore, minore o uguale a  $F_1$ ?



### Problema svolto 10.9 Tacchi alti

I tacchi alti (Figura 10.18a) sono di moda da tanto tempo nonostante il dolore che comunemente provocano. Esaminiamo una delle cause. Prima di tutto, la Figura 10.18b è una rappresentazione semplificata delle forze che agiscono su un piede quando la persona è ferma in piedi mentre indossa scarpe basse e il peso supportato da ciascun piede è  $mg = 350$  N. La forza normale  $F_{Nf}$  sull'avampiede supporta il peso  $fmg$  con  $f = 0,40$  (cioè il 40% del peso sul piede) e agisce alla distanza  $d_f = 0,18$  m dalla caviglia. La forza normale  $F_{Nb}$  sul tallone supporta il peso  $bmg$  con  $b = 0,60$ , a distanza  $d_b = 0,070$  m dalla caviglia. Il tendine d'Achille (che collega il tallone al polpaccio) tira il tallone con una forza  $T$  a un angolo  $\phi = 5,0^\circ$  rispetto a una perpendicolare al piano del piede. Una forza ignota esercitata dall'osso della gamba agisce verso il basso sulla caviglia.

(a) Qual è il modulo di  $T$ ?

#### SOLUZIONE (a)

Il piede è il nostro sistema ed è in equilibrio. Quindi, la somma delle forze deve bilanciarsi sia orizzontalmente sia verticalmente. Inoltre, la somma dei momenti torcenti attorno a ciascun punto deve bilanciarsi.

**Calcoli.** Non possiamo trovare il modulo  $T$  della trazione esercitata dal tendine di Achille bilanciando le forze, perché non conosciamo la forza esercitata dall'osso della gamba sulla caviglia. Invece, possiamo bilanciare i momenti torcenti dovuti alle forze usando un asse di rotazione che passa dalla caviglia ed è perpendicolare al piano della figura. Il momento torcente dovuto a ciascuna forza è dato, allora, da  $\tau = rF_i$  (equazione 10.43), dove  $r$  è la distanza dall'asse di rotazione al punto in cui agisce una forza e  $F_i$  è la componente della forza perpendicolare a  $r$ , quindi in questo caso perpendicolare al piano del piede.

Sull'avampiede, la forza normale (a) è perpendicolare a quel piano, (b) ha modulo  $F_{Nf} = fmg$ , (c) agisce a distanza  $r = d_f = 0,18$  m dall'asse di rotazione che passa per la caviglia e (d) tende a ruotare il piede in senso orario (negativo). Sul tallone, la forza normale (a) è anch'essa perpendicolare al piano del piede, (b) ha modulo  $F_{Nb} = bmg$ , (c) agisce a distanza  $r = d_b = 0,070$  m e (d) tende a ruotare il piede in senso antiorario (positivo). Il tendine d'Achille agisce anch'esso a distanza  $d_b$ . La componente della tensione che questo esercita perpendicolarmente al piano del piede è  $T \cos \phi$  (Figura 10.18c), che tende a produrre una torsione positiva.

Possiamo ora bilanciare i momenti per questa configurazione di equilibrio come segue:

$$\tau_{\text{tot}} = 0$$

$$-d_f(fmg) + d_b(bmg) + d_b(T \cos \phi) = 0$$

Risolvendo rispetto a  $T$  e sostituendo i valori noti, troviamo

$$T = \frac{d_f f - d_b b}{d_b \cos \phi} mg = \frac{(0,18 \text{ m})(0,40) - (0,070 \text{ m})(0,60)}{(0,070 \text{ m}) \cos 5,0^\circ} (350 \text{ N}) \\ = 151 \text{ N} \approx 0,15 \text{ kN}$$

(b) La persona ora sta in piedi con delle scarpe con tacchi di altezza media  $h = 7,62$  cm, di nuovo con il peso di 350 N su ciascun piede. I valori  $d_f$  e  $d_b$  sono invariati, ma ora  $f = 0,65$  (il 65% del peso è sull'avampiede) e  $b = 0,35$ . Qual è ora il modulo di  $T$ ?

#### SOLUZIONE (b)

**Calcoli.** Dalla Figura 10.18d vediamo che il piano del piede è inclinato di un angolo  $\theta$ :

$$\sin \theta = \frac{h}{d_f + d_b}$$

$$\theta = \sin^{-1} \frac{0,0762 \text{ m}}{(0,18 \text{ m} + 0,070 \text{ m})} = 17,74^\circ$$

Sul tallone, la forza verticale è  $bmg$  e la componente perpendicolare al piano del piede è ora  $bmg \cos \theta$  (Figura 10.18e). Sull'avampiede, la forza verticale è  $fmg$  e la componente perpendicolare al piano del piede è ora  $fmg \cos \theta$ . La trazione del tendine è ancora a  $5,0^\circ$  rispetto a una perpendicolare al piano del piede. Scriviamo ora il bilanciamento dei momenti torcenti come segue:

$$\tau_{\text{tot}} = 0$$

$$-d_f(fmg) \cos \theta + d_b(bmg) \cos \theta + d_b(T \cos \phi) = 0$$

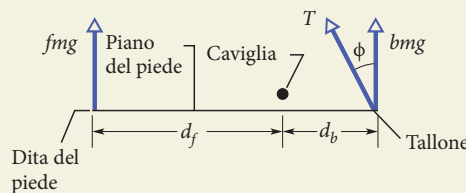
Risolvendo rispetto a  $T$  e sostituendo i valori noti, troviamo

$$T = \frac{d_f f - d_b b}{d_b \cos \phi} mg \cos \theta \\ = \frac{(0,18 \text{ m})(0,65) - (0,070 \text{ m})(0,35)}{(0,070 \text{ m}) \cos 5,0^\circ} (350 \text{ N})(\cos 17,74^\circ) \\ = 442 \text{ N} \approx 0,44 \text{ kN}$$

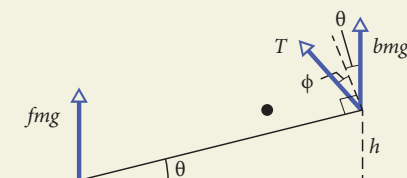
Quindi, la forza richiesta al tendine d'Achille per stare semplicemente in piedi anche con tacchi medio alti è diverse volte quella richiesta con scarpe basse. I ricercatori in medicina e in fisiologia ritengono che un uso prolungato dei tacchi alti modifichi permanentemente il tendine, tanto che camminare scalzi o con scarpe basse diventa doloroso.



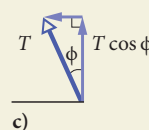
a)



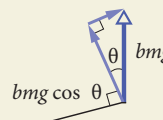
b)



d)



c)



e)

**Figura 10.18** a) Tacchi medio alti. b) Forze che agiscono sull'avampiede e sul tallone. c) Componenti della forza esercitata dal tendine d'Achille. d) Tacchi molto alti. e) Componenti della forza esercitata dalla scarpa sul tallone.

**Problema svolto 10.10** Usare la seconda legge di Newton per la rotazione in una mossa di judo con l'anca

Per proiettare un avversario di massa 80 kg con una mossa base di judo in cui si fa perno sull'anca, intendete tirare la giacca dell'avversario con una forza  $F$  e un braccio  $d_1 = 0,30$  m rispetto a un fulcro (asse di rotazione) localizzato sulla vostra anca destra (Figura 10.19). Volete far ruotare l'avversario attorno al fulcro con un'accelerazione angolare  $\alpha$  di  $-6,0 \text{ rad/s}^2$ , cioè con un'accelerazione angolare in senso orario nella figura. Supponete che il momento d'inerzia  $I$  rispetto al fulcro sia  $I = 15 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

(a) Quale deve essere il modulo della forza  $F$  se, prima di proiettare l'avversario, lo piegate in avanti per portare il suo centro di massa sulla vostra anca (Figura 10.19a)?

**SOLUZIONE (a)**

Possiamo mettere in relazione la forza  $F$  che agisce sull'avversario e l'accelerazione angolare  $\alpha$  tramite la seconda legge di Newton per la rotazione ( $\tau_{\text{tot}} = I\alpha$ ).

**Calcoli.** Quando i piedi dell'avversario si sollevano dal pavimento, possiamo supporre che solo tre forze agiscano sull'avversario: la vostra trazione  $F$ , una forza  $N$  esercitata su di lui da voi nel fulcro (questa forza non è indicata nella Figura 10.19) e la forza di gravità  $F_g$ . Per usare  $\tau_{\text{tot}} = I\alpha$ , abbiamo bisogno dei tre corrispondenti momenti, ciascuno rispetto al fulcro attorno al quale avviene la rotazione.

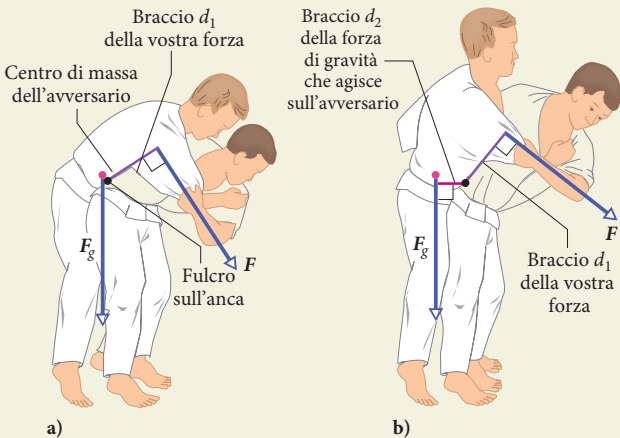


Figura 10.19 Una tecnica di proiezione del judo che fa perno sull'anca a) eseguita correttamente e b) eseguita in modo errato.

Dall'equazione 10.41 ( $\tau = r_{\perp}F$ ) ricaviamo che il momento torcente dovuto alla vostra trazione  $F$  è uguale a  $-d_1F$ , dove  $d_1$  è il braccio  $r_{\perp}$  e il segno indica che tale momento tende a far ruotare il corpo in senso orario. Il momento torcente dovuto alla forza normale  $N$  è nullo, perché  $N$  agisce proprio sul perno e perciò il suo braccio è  $r_{\perp} = 0$ .

Per calcolare il momento dovuto a  $F_g$  possiamo supporre che  $F_g$  agisca nel centro di massa del vostro avversario. Se il centro di massa è nel perno di rotazione, il braccio di  $F_g$  è  $r_{\perp} = 0$ , quindi il suo momento è zero. In questo caso l'unico momento torcente che agisce sull'avversario è dovuto alla vostra trazione  $F$  e possiamo scrivere  $\tau_{\text{tot}} = I\alpha$  come

$$-d_1F = I\alpha$$

da cui troviamo

$$F = \frac{-I\alpha}{d_1} = \frac{-(15 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(-6,0 \text{ rad/s}^2)}{0,30 \text{ m}} = 300 \text{ N}$$

(b) Quale deve essere il modulo della forza  $F$  se il vostro avversario rimane in posizione eretta prima che lo proiettiate, in modo che  $F_g$  abbia un braccio  $d_2 = 0,12$  m (Figura 10.19b)?

**SOLUZIONE (b)**

Poiché il braccio di  $F_g$  non è più zero, il momento dovuto a  $F_g$  è ora uguale a  $d_2mg$  ed è positivo perché tende a ruotare in senso antiorario.

**Calcoli.** Scriviamo ora  $\tau_{\text{tot}} = I\alpha$  come

$$-d_1F + d_2mg = I\alpha$$

da cui

$$F = -\frac{I\alpha}{d_1} + \frac{d_2mg}{d_1}$$

Dalla parte (a) sappiamo che il primo termine al secondo membro è uguale a 300 N. Inserendo questo valore e gli altri valori noti, abbiamo

$$F = 300 \text{ N} + \frac{(0,12 \text{ m})(80 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{0,30 \text{ m}} = 613,6 \text{ N} \approx 610 \text{ N}$$

Questo risultato indica che dovrete tirare con molta più forza, se non piegate inizialmente il vostro avversario, per portare il suo centro di massa verso la vostra anca. Un bravo lottatore di judo conosce questa lezione dalla fisica. Infatti, la fisica sta alla base di quasi tutte le arti marziali, capite dopo innumerevoli ore di tentativi ed errori nel corso dei secoli.

**10.8 LAVORO ED ENERGIA CINETICA ROTAZIONALE**

**Idee chiave**

- Le equazioni usate per calcolare il lavoro e la potenza per il moto rotatorio corrispondono a quelle usate per il moto di traslazione e sono

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta$$

e

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega$$

- Quando  $\tau$  è costante, l'integrale si riduce a

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i)$$

- La forma del teorema dell'energia cinetica usata per i corpi rotanti è

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = W$$

**Lavoro ed energia cinetica rotazionale**

Come discusso nel capitolo 7, quando una forza  $F$  fa sì che un corpo rigido di massa  $m$  acceleri lungo un asse coordinato, la forza compie il lavoro  $W$  sul corpo. In questo modo l'energia cinetica del corpo ( $K = \frac{1}{2}mv^2$ ) può cambiare. Supponiamo

che questa sia la sola energia del corpo che cambia. Mettiamo allora in relazione la variazione dell'energia cinetica  $\Delta K$  e il lavoro  $W$  tramite il teorema dell'energia cinetica (equazione 7.10), scrivendo

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W \quad (\text{teorema dell'energia cinetica}) \quad (10.46)$$

Per un moto confinato all'asse  $x$  possiamo calcolare il lavoro con l'equazione 7.32:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F dx \quad (\text{lavoro, moto unidimensionale}) \quad (10.47)$$

Questa equazione si riduce a  $W = Fd$ , quando  $F$  è costante e lo spostamento del corpo è  $d$ . La rapidità con la quale il lavoro viene compiuto è la potenza, che possiamo trovare con le equazioni 7.43 e 7.47:

$$P = \frac{dW}{dt} = Fv \quad (\text{potenza, moto unidimensionale}) \quad (10.48)$$

Consideriamo ora un caso rotazionale simile. Quando un momento torcente accelera un corpo rigido in rotazione attorno a un asse fisso, il momento compie il lavoro  $W$  sul corpo. Di conseguenza, l'energia cinetica rotazionale del corpo ( $K = \frac{1}{2}I\omega^2$ ) può variare. Supponiamo che questa sia la sola forma di energia che cambia. Possiamo ancora mettere in relazione la variazione dell'energia cinetica  $\Delta K$  e il lavoro  $W$  tramite il teorema dell'energia cinetica, eccetto che ora l'energia cinetica è un'energia cinetica rotazionale:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = W \quad (\text{teorema dell'energia cinetica}) \quad (10.49)$$

Qui  $I$  è il momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse fisso, mentre  $\omega_i$  e  $\omega_f$  sono i moduli delle velocità angolari del corpo prima e dopo che il lavoro venga compiuto.

Inoltre, possiamo calcolare il lavoro con l'equivalente rotazionale dell'equazione 10.47:

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (\text{lavoro, rotazione attorno a un asse fisso}) \quad (10.50)$$

dove  $\tau$  è il momento della forza che compie il lavoro  $W$ , mentre  $\theta_i$  e  $\theta_f$  sono le posizioni angolari del corpo prima e dopo che il lavoro venga compiuto. Quando  $\tau$  è costante, l'equazione 10.50 si riduce a

$$W = \tau (\theta_f - \theta_i) \quad (\text{lavoro, momento torcente costante}) \quad (10.51)$$

La rapidità con la quale il lavoro è compiuto è la potenza, che possiamo trovare con l'equivalente rotazionale dell'equazione 10.48,

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \quad (\text{potenza, rotazione attorno a un asse fisso}) \quad (10.52)$$

La **Tabella 10.3** riassume le equazioni che si applicano alla rotazione di un corpo rigido attorno a un asse fisso e le corrispondenti equazioni per il moto di traslazione.

### Dimostrazione delle equazioni dalla 10.49 alla 10.52

Consideriamo di nuovo il caso della **Figura 10.17**, in cui una forza  $F$  fa ruotare un corpo rigido costituito da una particella di massa  $m$  fissata all'estremità di un'asta priva di massa. Durante la rotazione la forza  $F$  compie lavoro sul corpo. Supponiamo che l'unica forma di energia del corpo che viene cambiata da  $F$  sia quella cinetica. Possiamo allora applicare il teorema dell'energia cinetica dell'equazione 10.46:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad (10.53)$$

Usando  $K = \frac{1}{2}mv^2$  e l'equazione 10.18 ( $v = \omega r$ ), possiamo riscrivere l'equazione 10.53 come

$$\Delta K = \frac{1}{2}mr^2\omega_f^2 - \frac{1}{2}mr^2\omega_i^2 = W \quad (10.54)$$

Dall'equazione 10.33 sappiamo che il momento d'inerzia di questo corpo formato da una particella è  $I = mr^2$ . Inserendolo nell'equazione 10.54, si ottiene

$$\Delta K = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = W$$

**Tabella 10.3** Alcune formule corrispondenti per i moti di traslazione e di rotazione.

Traslazione pura in direzione fissa		Rotazione pura intorno a un asse fisso	
Posizione	$x$	Posizione angolare	$\theta$
Velocità	$v = dx/dt$	Velocità angolare	$\omega = d\theta/dt$
Accelerazione	$a = dv/dt$	Accelerazione angolare	$\alpha = d\omega/dt$
Massa (inerzia traslazionale)	$m$	Momento d'inerzia (inerzia rotazionale)	$I$
Seconda legge di Newton	$F_{\text{tot}} = ma$	Seconda legge di Newton	$\tau_{\text{tot}} = I\alpha$
Lavoro	$W = \int F dx$	Lavoro	$W = \int \tau d\theta$
Energia cinetica	$K = \frac{1}{2}mv^2$	Energia cinetica	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
Potenza (forza costante)	$P = Fv$	Potenza (momento torcente costante)	$P = \tau\omega$
Teorema dell'energia cinetica	$W = \Delta K$	Teorema dell'energia cinetica	$W = \Delta K$

che coincide con l'equazione 10.49. L'abbiamo ricavata per un corpo rigido formato da una particella, ma è valida per qualunque corpo rigido in rotazione attorno a un asse fisso.

Ora mettiamo in relazione il lavoro  $W$  compiuto sul corpo della **Figura 10.17** dal momento torcente  $\tau$  che agisce sul corpo dovuto alla forza  $F$ . Quando la particella percorre un tratto di lunghezza  $ds$  lungo la sua traiettoria circolare, solo la componente tangenziale  $F_t$  della forza accelera la particella lungo la traiettoria. Pertanto, solo  $F_t$  compie lavoro sulla particella. Scriviamo questo lavoro  $dW$  come  $F_t ds$ . Tuttavia, possiamo sostituire la lunghezza  $ds$  con  $r d\theta$ , dove  $d\theta$  è l'angolo descritto dalla particella durante questo spostamento. Quindi abbiamo

$$dW = F_t r d\theta \quad (10.55)$$

Dall'equazione 10.40 vediamo che  $F_t r$  è uguale al momento  $\tau$  della forza, allora possiamo riscrivere l'equazione 10.55 come

$$dW = \tau d\theta \quad (10.56)$$

Il lavoro compiuto durante uno spostamento angolare finito da  $\theta_i$  a  $\theta_f$  è perciò

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

che è proprio l'equazione 10.50. Quest'ultima rimane valida per qualsiasi corpo rigido rotante attorno a un asse fisso. L'equazione 10.51 deriva direttamente dall'equazione 10.50.

Possiamo ricavare la potenza  $P$  per il moto rotatorio dall'equazione 10.56:

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \tau\omega$$

che coincide con l'equazione 10.52.



### VERIFICA 8

Ecco quattro esempi di un singolo momento torcente applicato a un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso. La tabella indica il momento torcente e la velocità angolare del corpo a un dato istante. (a) Mettete gli esempi in ordine decrescente della potenza del momento torcente, dal più positivo al più negativo. (b) In quale esempio la rotazione rallenta? (c) In quale il momento compie lavoro positivo?

Esempio	Momento torcente (N · m)	Velocità angolare (rad/s)
A	+5	+3
B	+5	-3
C	-5	-3
D	-5	+3

## Sintesi

**Posizione angolare** Per descrivere la rotazione di un corpo rigido attorno a un asse fisso, chiamato **asse di rotazione**, stabiliamo che una **retta di riferimento** sia solidale con il corpo, sia perpendicolare all'asse di rotazione, e ruoti con il corpo. Misuriamo la **posizione angolare**  $\theta$  di questa retta rispetto a una direzione fissata. Quando  $\theta$  è misurato in **radianti**, si ha

$$\theta = \frac{s}{r} \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.1)$$

dove  $s$  è la lunghezza dell'arco di una traiettoria di raggio  $r$  e angolo  $\theta$ . La relazione tra le misure in radianti e le misure in angoli giro e gradi è

$$1 \text{ angolo giro} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad} \quad (10.2)$$

**Spostamento angolare** Un corpo che ruota attorno a un asse di rotazione, cambiando la sua posizione angolare da  $\theta_1$  a  $\theta_2$ , compie uno **spostamento angolare**

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad (10.4)$$

dove  $\Delta\theta$  è positivo per una rotazione in senso antiorario e negativo per una rotazione in senso orario.

**Velocità angolare** Se un corpo ruota compiendo uno spostamento angolare  $\Delta\theta$  in un intervallo di tempo  $\Delta t$ , la sua **velocità angolare media**  $\omega_m$  è

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (10.5)$$

La **velocità angolare (istantanea)**  $\omega$  del corpo è

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (10.6)$$

Sia  $\omega_m$  sia  $\omega$  sono associate a vettori che hanno direzione e verso dati dalla **regola della mano destra** mostrata nella **Figura 10.6**. Sono entrambe positive per rotazioni in senso antiorario e negative per rotazioni in senso orario. Anche il modulo del vettore velocità angolare è indicato con  $\omega$ .

**Accelerazione angolare** Se la velocità angolare di un corpo varia da  $\omega_1$  a  $\omega_2$  in un intervallo di tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , l'**accelerazione angolare media**  $\alpha_m$  del corpo è

$$\alpha_m = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (10.7)$$

L'**accelerazione angolare (istantanea)**  $\alpha$  di un corpo è

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (10.8)$$

Sia  $\alpha_m$  sia  $\alpha$  sono associate a vettori, analogamente a quanto visto per  $\omega$ .

**Equazioni cinematiche per accelerazione angolare costante** Il caso di **accelerazione angolare costante** ( $\alpha = \text{costante}$ ) è un caso particolare importante del moto rotatorio. Le equazioni cinematiche appropriate, date nella **Tabella 10.1**, sono

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (10.12)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (10.13)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \quad (10.14)$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t \quad (10.15)$$

$$\theta - \theta_0 = \omega t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (10.16)$$

**Relazioni tra le variabili lineari e le variabili angolari** Un punto appartenente a un corpo rigido rotante, situato a una **distanza**  $r$  dall'asse di rotazione, si muove su una circonferenza di raggio  $r$ . Se il corpo ruota di un angolo  $\theta$ , il punto si muove su un arco di lunghezza  $s$  data da

$$s = r\theta \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.17)$$

dove  $\theta$  è espresso in radianti.

La velocità lineare  $v$  del punto è tangente alla circonferenza; il modulo  $v$  della velocità lineare è dato da

$$v = \omega r \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.18)$$

dove  $\omega$  è la velocità angolare (in radianti al secondo) del corpo.

L'accelerazione lineare  $a$  del punto ha due componenti, una **tangenziale** e una **radiale**. La componente tangenziale è

$$a_t = \alpha r \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.22)$$

dove  $\alpha$  è il modulo dell'accelerazione angolare del corpo (espressa in rad/s<sup>2</sup>). La componente radiale di  $a$  è

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.23)$$

Se il punto si muove di moto circolare uniforme, il periodo  $T$  del punto e del corpo è

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.19, 10.20)$$

**Energia cinetica rotazionale e momento d'inerzia** L'energia cinetica  $K$  di un corpo rigido che ruota attorno a un asse fisso è data da

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{angoli misurati in radianti}) \quad (10.34)$$

dove  $I$  è il **momento d'inerzia** del corpo, definito come

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (10.33)$$

per un sistema discreto di particelle, e definito come

$$I = \int r^2 dm \quad (10.35)$$

per un corpo la cui massa è distribuita in modo continuo. In queste espressioni  $r$  e  $r_i$  rappresentano la distanza perpendicolare dall'asse di rotazione di ogni elemento della massa del corpo e l'integrazione è condotta sull'intero corpo in modo da includere tutti gli elementi di massa.

**Teorema degli assi paralleli** Il **teorema degli assi paralleli** mette in relazione il momento d'inerzia  $I$  di un corpo rispetto a un asse qualsiasi e quello calcolato rispetto a un asse, parallelo al precedente, passante per il centro di massa del corpo:

$$I = I_{\text{cdm}} + Mh^2 \quad (10.36)$$

Qui  $h$  è la distanza tra i due assi e  $I_{\text{cdm}}$  è il momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse passante per il centro di massa. Possiamo descrivere  $h$  come la distanza della quale l'asse di rotazione reale è stato traslato rispetto all'asse passante per il centro di massa.

**Momento torcente** Il **momento torcente** esprime un'azione di rotazione o di torsione attorno a un asse esercitata su un corpo e dovuta a una forza  $F$ . Se  $F$  è esercitata in un punto definito dal vettore posizione  $r$  rispetto all'asse, il modulo del momento della forza è

$$\tau = rF_t = r_\perp F = rF \sin \phi \quad (10.40, 10.41, 10.39)$$

dove  $F_t$  è la componente di  $F$  perpendicolare a  $r$  e  $\phi$  è l'angolo compreso tra  $r$  e  $F$ .

La grandezza  $r_\perp$  è la distanza perpendicolare tra l'asse di rotazione e il prolungamento della retta della direzione del vettore  $F$ . Questa retta è chiamata **retta d'azione** di  $F$  e  $r_\perp$  è chiamato **braccio** di  $F$ . Per analogia,  $r$  è il braccio di  $F_t$ . L'unità di misura del SI per il momento torcente è il newton · metro (N · m). Un momento torcente  $\tau$  è positivo se tende a far ruotare un corpo in senso antiorario e negativo se tende a farlo ruotare in senso orario.

**Seconda legge di Newton in forma angolare** L'analogo rotazionale della seconda legge di Newton è

$$\tau_{\text{tot}} = I\alpha \quad (10.45)$$

in cui  $\tau_{\text{tot}}$  è il momento risultante delle forze che agiscono su una particella o su un corpo rigido,  $I$  è il momento d'inerzia di una particella o di un corpo rigido rispetto all'asse di rotazione e  $\alpha$  è l'accelerazione angolare risultante rispetto a quell'asse.

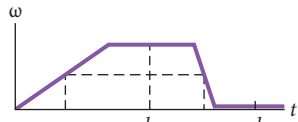
**Lavoro ed energia cinetica rotazionale** Le equazioni usate per calcolare il lavoro e la potenza nel moto di rotazione corrispondono alle equazioni usate per il moto di traslazione e sono

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \quad (10.50)$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \quad (10.52)$$

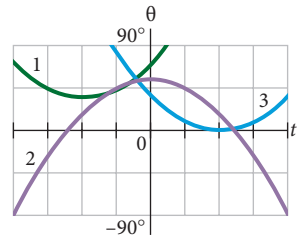
## Domande

**1.** La **Figura 10.20** è un grafico della velocità angolare in funzione del tempo per un disco che ruota come una giostra. Per un punto sul bordo del disco mettete i quattro istanti  $a, b, c$  e  $d$  in ordine decrescente (a) del modulo dell'accelerazione tangenziale e (b) del modulo dell'accelerazione radiale.



**Figura 10.20** Domanda 1.

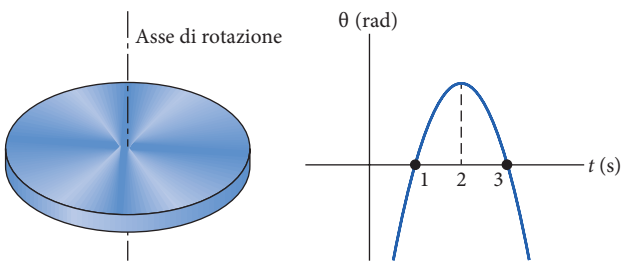
**2.** La **Figura 10.21** mostra il grafico della posizione angolare  $\theta$  rispetto al tempo  $t$  per tre casi in cui un disco viene ruotato come una giostra. In ciascun caso il senso di rotazione cambia in corrispondenza di una certa posizione angolare  $\theta_{\text{cambio}}$ . (a) Per ciascun caso determinate se  $\theta_{\text{cambio}}$  è misurato in senso orario o in senso antiorario a partire da  $\theta = 0$  o se coincide con  $\theta = 0$ . Per ciascun caso determinate (b) se  $\omega$  è zero prima di  $t = 0$ , dopo  $t = 0$  o per  $t = 0$  e (c) se  $\alpha$  è positiva, negativa o nulla.



**Figura 10.21** Domanda 2.

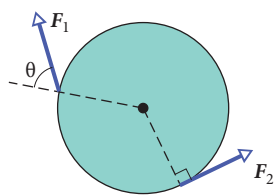
**3.** Una forza viene applicata al bordo di un disco che ruota come una giostra in modo da modificarne la velocità angolare. Le velocità angolari iniziale e finale del disco per quattro situazioni sono: (a)  $-2 \text{ rad/s}, 5 \text{ rad/s}$ ; (b)  $2 \text{ rad/s}, 5 \text{ rad/s}$ ; (c)  $-2 \text{ rad/s}, -5 \text{ rad/s}$  e (d)  $2 \text{ rad/s}, -5 \text{ rad/s}$ . Mettete le quattro situazioni in ordine decrescente del lavoro compiuto dal momento della forza.

**4.** La **Figura 10.22b** è un grafico della posizione angolare del disco rotante della **Figura 10.22a**. La velocità angolare del disco è positiva, negativa o nulla agli istanti (a)  $t = 1 \text{ s}$ , (b)  $t = 2 \text{ s}$  e (c)  $t = 3 \text{ s}$ ? (d) L'accelerazione angolare è positiva o negativa?



**Figura 10.22** Domanda 4

**5.** Nella **Figura 10.23** due forze  $F_1$  e  $F_2$  agiscono su un disco che gira attorno al proprio centro come una giostra. Le forze mantengono gli angoli indicati durante la rotazione, che avviene in senso antiorario a una velocità di modulo costante. Tuttavia, stiamo per diminuire l'angolo  $\theta$  di  $F_1$  senza cambiarne il modulo. (a) Per mantenere il modulo della velocità angolare costante dobbiamo aumentare, diminuire o mantenere uguale il modulo di  $F_2$ ? (b) La forza  $F_1$  e (c) la forza  $F_2$  tendono a far ruotare il disco in senso orario o antiorario?



**Figura 10.23** Domanda 5.

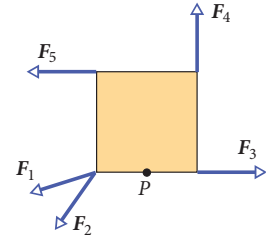
Quando  $\tau$  è costante, l'equazione 10.50 si riduce a

$$W = \tau(\theta_f - \theta_i) \quad (10.51)$$

L'espressione del teorema dell'energia cinetica usato per i corpi rotanti è

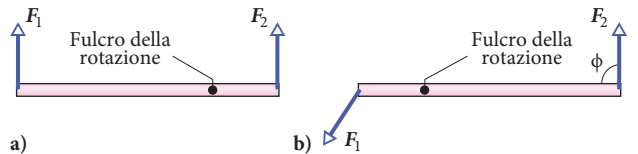
$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2 = W \quad (10.49)$$

**6.** Nella vista dall'alto della **Figura 10.24** cinque forze di modulo uguale agiscono su una strana giostra: si tratta di un quadrato che può ruotare attorno al punto  $P$ , posto a metà strada su uno dei lati. Mettete le forze in ordine decrescente del modulo del momento torcente che generano attorno al punto  $P$ .



**Figura 10.24** Domanda 6.

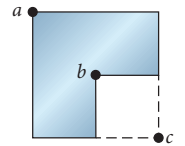
**7.** La **Figura 10.25a** è una vista dall'alto di una sbarra orizzontale che può ruotare su sé stessa; su di essa agiscono due forze orizzontali, ma la sbarra rimane ferma. Se l'angolo tra la sbarra e la forza  $F_2$  viene ora diminuito dal valore iniziale di  $90^\circ$  e la sbarra deve ancora rimanere ferma,  $F_2$  dovrebbe essere aumentato, diminuito o lasciato invariato?



**Figura 10.25** Domande 7 e 8.

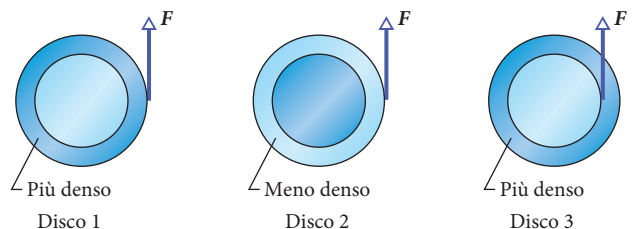
**8.** La **Figura 10.25b** mostra, vista dall'alto, una barra orizzontale messa in rotazione attorno al punto indicato da due forze  $F_1$  e  $F_2$ , con  $F_2$  che forma un angolo  $\phi$  con la barra. Mettete i valori dell'angolo  $\phi$  che seguono in ordine decrescente del modulo dell'accelerazione angolare della barra:  $90^\circ, 70^\circ$  e  $110^\circ$ .

**9.** La **Figura 10.26** mostra una lastra di metallo uniforme che era quadrata prima che il 25% di essa venisse tagliato via. Tre sono i punti indicati dalle lettere. Metteteli in ordine decrescente del momento d'inerzia della lastra calcolato rispetto a un asse perpendicolare che passi attraverso ciascuno di essi.



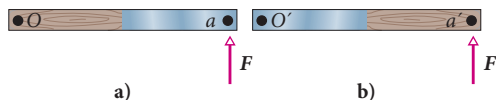
**Figura 10.26** Domanda 9.

**10.** La **Figura 10.27** mostra tre dischi piatti (con lo stesso raggio) che possono ruotare attorno al proprio centro come delle giostre. Ciascun disco è composto dagli stessi due materiali, uno più denso dell'altro (la densità è la massa per unità di volume). Nei dischi 1 e 3 il materiale più denso forma la metà esterna dell'area del disco. Nel disco 2 forma la metà interna dell'area del disco. Delle forze di modulo uguale sono applicate tangenzialmente al disco, o al bordo esterno o all'interfaccia tra i due materiali, come mostrato. Mettete i dischi in ordine decrescente (a) del momento torcente rispetto al centro del disco, (b) del momento d'inerzia rispetto al centro del disco e (c) dell'accelerazione angolare del disco.



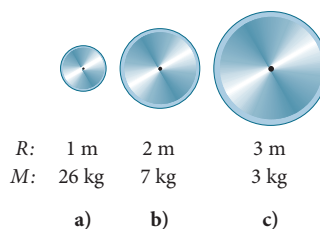
**Figura 10.27** Domanda 10.

11. La **Figura 10.28a** mostra un metro, metà di legno e metà d'acciaio, imperniato all'estremità di legno nel punto  $O$ . Una forza  $F$  è applicata all'estremità d'acciaio nel punto  $a$ . Nella **Figura 10.28b** il metro è al contrario ed è imperniato all'estremità d'acciaio nel punto  $O'$  e la stessa forza è applicata all'estremità di legno nel punto  $a'$ . L'accelerazione angolare risultante nella **Figura 10.28a** è maggiore, minore o uguale a quella nella **Figura 10.28b**?



**Figura 10.28** Domanda 11.

12. La **Figura 10.29** mostra tre dischi, ciascuno con una distribuzione uniforme della massa. I valori dei raggi  $R$  e delle mas-



**Figura 10.29** Domanda 12.

## Problemi

**MS** Soluzioni disponibili nel Manuale delle soluzioni dettagliate

**BIO** Applicazione biomedica

### Paragrafo 10.1 Variabili rotazionali

1. • Un buon lanciatore di baseball può tirare una palla verso la casa base a una velocità di modulo 85 mi/h con una velocità angolare di 1800 giri/min. Quanti giri fa la palla nel tragitto fino alla casa base? Per semplicità supponete che la traiettoria di 60 ft sia in linea retta.

2. • Qual è il modulo della velocità angolare (a) della lancetta dei secondi, (b) della lancetta dei minuti e (c) della lancetta delle ore di un orologio analogico, nel quale le lancette si muovono senza scatti? Rispondete in radianti al secondo.

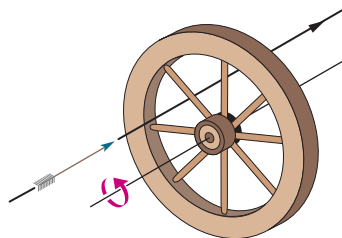
3. •• Quando una fetta di pane tostato con il burro viene accidentalmente spinta oltre il bordo di un piano, la fetta ruota mentre cade. Se la distanza dal pavimento è 76 cm, per una rotazione minore di 1 giro, qual è il modulo (a) della velocità angolare più piccola e (b) di quella più grande che fanno sì che il toast cada a terra rovesciandosi con il lato imburrito verso il basso?

4. •• La posizione angolare di un punto su una ruota che gira è data da  $\theta = 2,0 + 4,0t^2 + 2,0t^3$ , con  $\theta$  espresso in radianti e  $t$  in secondi. Per  $t = 0$ , quali sono (a) la posizione angolare del punto? (b) la velocità angolare del punto? (c) Qual è la sua velocità angolare per  $t = 4,0\text{ s}$ ? (d) Calcolate la sua accelerazione angolare per  $t = 2,0\text{ s}$ . (e) L'accelerazione angolare è costante?

5. •• Un tuffatore fa 2,5 giri saltando da un trampolino alto 10 m verso l'acqua. Supponendo che la sua velocità verticale iniziale sia zero, calcolate la velocità angolare media durante il tuffo.

6. •• La posizione angolare di un punto del bordo di una ruota che gira è data da  $\theta = 4,0t - 3,0t^2 + t^3$ , dove  $\theta$  è espresso in radianti e  $t$  in secondi. Quali sono le velocità angolari (a) per  $t = 2,0\text{ s}$  e (b) per  $t = 4,0\text{ s}$ ? (c) Qual è l'accelerazione angolare media nell'intervallo di tempo che inizia a  $t = 2,0\text{ s}$  e finisce a  $t = 4,0\text{ s}$ ? Qual è l'accelerazione angolare istantanea (d) all'inizio e (e) alla fine di questo intervallo di tempo?

7. ••• La ruota della **Figura 10.30** ha otto raggi di 30 cm uniformemente distanziati. È montata su un asse fisso e gira alla velocità angolare di 2,5 giri/s. Volete tirare una freccia lunga 20 cm parallelamente all'asse della ruota in modo che



**Figura 10.30** Problema 7.

la attraversi senza colpire i raggi. Supponete che la freccia e i raggi siano molto sottili. (a) Quale velocità minima deve avere la freccia? (b) Ha importanza dove mirate tra l'asse e il bordo della ruota? Se sì, dov'è meglio mirare?

se  $M$  sono indicati nella figura. Ciascun disco può ruotare attorno al proprio asse centrale (perpendicolare alla superficie del disco e passante per il centro). Mettete i dischi in ordine decrescente del loro momento d'inerzia calcolato rispetto ai rispettivi assi centrali.

8. ••• L'accelerazione angolare di una ruota è  $\alpha = 6,0t^4 - 4,0t^2$ , con  $\alpha$  espressa in radianti al secondo quadrato e  $t$  in secondi. All'istante  $t = 0$  la ruota ha una velocità angolare di modulo 2,0 rad/s e una posizione angolare di 1,0 rad. Scrivete l'espressione (a) della velocità angolare (rad/s) e (b) della posizione angolare (rad) in funzione del tempo (s).

### Paragrafo 10.2 Rotazione con accelerazione angolare costante

9. • Un tamburo ruota attorno al suo asse centrale a una velocità angolare di modulo 12,60 rad/s. Se il tamburo poi rallenta a un ritmo costante di 4,20 rad/s<sup>2</sup>, (a) quanto tempo impiega e (b) che angolo descrive prima di fermarsi?

10. • Partendo da fermo, un disco ruota attorno al proprio asse centrale con accelerazione angolare costante. In 5,0 s ruota di 25 rad. Durante questo intervallo di tempo, quali sono i moduli (a) dell'accelerazione angolare e (b) della velocità angolare media? (c) Qual è la velocità angolare istantanea del disco al termine dei 5,0 s? (d) Supponendo che l'accelerazione angolare non cambi, quale ulteriore angolo descriverà il disco nel corso dei 5,0 s successivi?

11. • Un disco, che ruota inizialmente alla velocità angolare di modulo 120 rad/s, è rallentato con una accelerazione angolare costante di modulo 4,0 rad/s<sup>2</sup>. (a) Quanto tempo impiega il disco a fermarsi? (b) Quale angolo descrive durante tale intervallo di tempo?

12. • Il modulo della velocità angolare del motore di un'auto viene aumentato a ritmo costante da 1200 giri/min a 3000 giri/min in 12 s. (a) Qual è la sua accelerazione angolare in giri/min<sup>2</sup>? (b) Quanti giri compie il motore in questo intervallo di 12 s?

13. •• Un volano compie 40 giri mentre rallenta da una velocità angolare di 1,5 rad/s all'arresto completo. (a) Supponendo un'accelerazione angolare costante, trovate quanto tempo impiega a fermarsi. (b) Qual è la sua accelerazione angolare? (c) Quanto tempo impiega a completare i primi 20 dei 40 giri?

14. •• Un disco ruota attorno al suo asse centrale partendo da fermo e accelera con accelerazione angolare costante. A un dato istante sta ruotando a 10 giri/s; 60 giri dopo la sua velocità angolare è in modulo 15 giri/s. Calcolate (a) l'accelerazione angolare, (b) il tempo impiegato per compiere i 60 giri, (c) il tempo impiegato per raggiungere la velocità angolare di modulo 10 giri/s e (d) il numero di giri che compie partendo da fermo fino all'istante in cui il disco raggiunge la velocità angolare di modulo 10 giri/s.

15. •• **MS** Partendo da ferma, una ruota ha un'accelerazione angolare costante  $\alpha = 3,0\text{ rad/s}^2$ . Durante un certo intervallo di 4,0 s la ruota compie una rotazione di 120 rad. Quanto tempo ha impiegato a raggiungere quell'intervallo di 4,0 s?



- 16. ••** Una giostra ruota partendo da ferma con una accelerazione angolare di modulo  $1,50 \text{ rad/s}^2$ . Quanto tempo impiega per compiere (a) i primi 2,00 giri e (b) i successivi 2,00 giri?
- 17. ••** All'istante  $t=0$  un volano ha una velocità angolare di modulo  $4,7 \text{ rad/s}$ , un'accelerazione angolare costante di modulo  $-0,25 \text{ rad/s}^2$  e una retta di riferimento in  $\theta_0 = 0$ . (a) Di quale angolo massimo  $\theta_{\text{max}}$  ruoterà la retta di riferimento nel verso positivo? Quali sono (b) il primo istante e (c) il secondo istante in cui la retta di riferimento si troverà in  $\theta = \frac{1}{2}\theta_{\text{max}}$ ? Per quale istante (d) negativo e (e) positivo la retta di riferimento si troverà in  $\theta = 10,5 \text{ rad}$ ? (f) Riportate in grafico  $\theta$  in funzione di  $t$  e indicate sul grafico le vostre risposte.

**18. •••** Una stella pulsar è una stella di neutroni in rapidissima rotazione che emette segnali radio come un faro emette segnali luminosi. Noi riceviamo un segnale radio per ogni giro compiuto dalla stella. Il periodo  $T$  della rotazione si ricava misurando il tempo tra due segnali successivi. La pulsar nella Nebulosa del Granchio ha un periodo di rotazione  $T = 0,033 \text{ s}$  che aumenta di  $1,26 \cdot 10^{-5}$  secondi all'anno (s/a). (a) Qual è l'accelerazione angolare  $\alpha$  della pulsar? (b) Se  $\alpha$  è costante, tra quanti anni da ora la pulsar smetterà di ruotare? (c) La pulsar ha avuto origine dall'esplosione di una supernova registrata nell'anno 1054. Supponendo che  $\alpha$  sia costante, trovate il valore iniziale di  $T$ .

**Paragrafo 10.3 Relazioni tra variabili lineari e angolari**

**19. •** Quali sono i moduli (a) della velocità angolare, (b) dell'accelerazione radiale e (c) dell'accelerazione tangenziale di una navicella spaziale che esegue una virata circolare di raggio 3220 km a una velocità di modulo costante 29 000 km/h?

**20. •** Un oggetto ruota attorno a un asse fisso e la posizione angolare di una retta di riferimento sull'oggetto è data da  $\theta = 0,40e^{2t}$ , con  $\theta$  espresso in radianti e  $t$  in secondi. Considerate un punto sull'oggetto che si trova a 4,0 cm dall'asse di rotazione. All'istante  $t = 0$ , qual è il modulo (a) della componente tangenziale dell'accelerazione del punto e (b) della componente radiale dell'accelerazione del punto?

**21. •** Tra il 1911 e il 1990 la cima della Torre di Pisa si è spostata verso sud in media a una rapidità di 1,2 mm/a. La torre è alta 55 m. In radianti al secondo, qual è il modulo della velocità angolare media della cima della torre rispetto alla sua base?

**22. • BIO** Un astronauta è messo alla prova in una centrifuga di raggio 10 m che ruota in accordo con  $\theta = 0,30t^2$ . All'istante  $t = 5,0 \text{ s}$ , qual è il modulo (a) della velocità angolare, (b) della velocità lineare, (c) dell'accelerazione tangenziale e (d) dell'accelerazione radiale?

**23. • MS** Un volano del diametro di 1,20 m ruota alla velocità angolare di modulo 200 giri/min. (a) Qual è il modulo della sua velocità angolare in radianti al secondo? (b) Qual è il modulo della velocità lineare di un punto del bordo del volano? (c) Quale accelerazione angolare costante (in giri/min<sup>2</sup>) aumenterà il modulo della velocità angolare del volano fino a 1000 giri/min in 60,0 s? (d) Quanti giri compie il volano durante questi 60,0 s?

**24. •** Un disco in vinile viene riprodotto facendo ruotare il disco in modo che un solco approssimativamente circolare nel disco scivoli sotto una puntina. Piccole protuberanze nel solco incontrano la puntina facendola oscillare. L'apparecchio converte queste oscillazioni in segnali elettrici e quindi in suono. Supponete che un disco ruoti alla velocità di  $33\frac{1}{3}$  giri/min, con il solco che viene riprodotto che si trova a un raggio di 10,0 cm, e supponete che le protuberanze nel solco siano uniformemente distanziate a 1,75 mm l'una dall'altra. Con quale rapidità (quanti urti al secondo) le protuberanze colpiscono la puntina?

**25. •• MS** (a) Qual è il modulo della velocità angolare  $\omega$  rispetto all'asse polare di un punto sulla superficie terrestre situato alla latitudine di  $40^\circ \text{ N}$ ? (La Terra ruota attorno a quell'asse.) (b) Qual

è il modulo della velocità lineare  $v$  del punto? Quali sono i valori di (c)  $\omega$  e (d)  $v$  per un punto all'equatore?

**26. ••** Il volano di un motore a vapore gira alla velocità angolare costante di 150 giri/min. Quando viene chiuso l'afflusso di vapore, l'attrito sui cuscinetti e la resistenza dell'aria fermano il volano in 2,2 h. (a) Qual è l'accelerazione angolare costante, in giri/min<sup>2</sup>, del volano durante il rallentamento? (b) Quanti giri compie il volano prima di fermarsi? (c) Quando il volano ruota a 75 giri/min, qual è la componente tangenziale dell'accelerazione lineare di una particella del volano posta a 50 cm dall'asse di rotazione? (d) Qual è il modulo dell'accelerazione lineare risultante della particella del punto (c)?

**27. ••** Un seme si trova su un giradischi che ruota alla velocità angolare di  $33\frac{1}{3}$  giri/min, a 6,0 cm dall'asse di rotazione. Quali sono (a) l'accelerazione del seme e (b) il valore minimo del coefficiente di attrito statico tra il seme e il giradischi che impedisce lo slittamento? (c) Se al giradischi, partito da fermo, era stata data un'accelerazione angolare costante per 0,25 s, qual è il valore minimo del coefficiente di attrito che impedisce lo slittamento?

**28. ••** Nella Figura 10.31 la ruota A di raggio  $r_A = 10 \text{ cm}$  è accoppiata tramite una cinghia B alla ruota C di raggio  $r_C = 25 \text{ cm}$ . Il modulo della velocità angolare della ruota A, che parte da ferma, viene aumentato al ritmo costante di  $1,6 \text{ rad/s}^2$ . Trovate il tempo necessario alla ruota C per raggiungere la velocità angolare di 100 giri/min, supponendo che la cinghia non slitti. (Suggerimento: se la cinghia non slitta, le velocità lineari ai bordi delle due ruote devono essere uguali.)

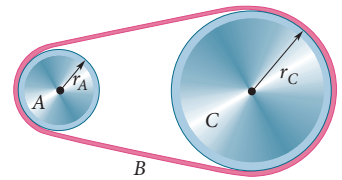


Figura 10.31 Problema 28.

**29. ••** La Figura 10.32 mostra uno dei primi metodi per misurare la velocità della luce che fa uso di una ruota «dentata». Un raggio di luce attraversa una delle scanalature del bordo esterno della ruota, viaggia verso uno specchio distante e torna alla ruota giusto in tempo per passare attraverso la scanalatura successiva. Una di queste ruote dentate ha un raggio di 5,0 cm e 500 scanalature sul bordo. Le misure eseguite con lo specchio posto a una distanza  $L = 500 \text{ m}$  dalla ruota indicano una velocità della luce di  $3,0 \cdot 10^5 \text{ km/s}$ . (a) Qual è il modulo della velocità angolare (costante) della ruota? (b) Qual è il modulo della velocità lineare di un punto del bordo della ruota?

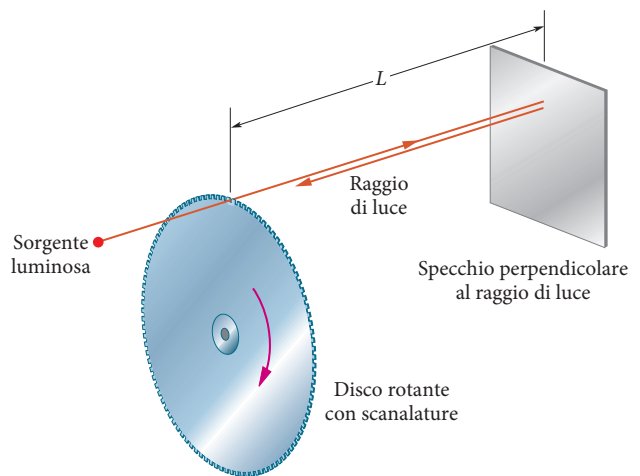
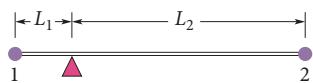


Figura 10.32 Problema 29.

**30. ••** Il volano di un giroscopio di raggio 2,83 cm è accelerato da fermo a  $14,2 \text{ rad/s}^2$  finché la sua velocità angolare ha modulo 2760 giri/min. (a) Qual è l'accelerazione tangenziale di un punto del bordo del volano durante il processo di rotazione accelerata? (b) Qual è l'accelerazione radiale di questo punto quando

genzialmente al bordo del disco. La velocità angolare risultante ha modulo 114 rad/s. Qual è il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse?

**56. ••** La **Figura 10.46** mostra le particelle 1 e 2, ciascuna di massa  $m$ , fissate alle estremità di un'asta rigida e priva di massa di lunghezza  $L_1 + L_2$ , con  $L_1 = 20$  cm e  $L_2 = 80$  cm. L'asta viene tenuta in orizzontale sul fulcro e poi rilasciata. Quali sono i moduli delle accelerazioni iniziali (a) della particella 1 e (b) della particella 2?



**Figura 10.46** Problema 56.

**57. •••** Una carrucola, con momento d'inerzia  $1,0 \cdot 10^{-3}$  kg  $\cdot$  m<sup>2</sup> rispetto al proprio asse e raggio 10 cm, è soggetta a una forza applicata tangenzialmente al suo bordo. Il modulo della forza varia in funzione del tempo come  $F = 0,50t + 0,30t^2$ , con  $F$  espressa in newton e  $t$  in secondi. La carrucola è inizialmente ferma. All'istante  $t = 3,0$  s quali sono (a) la sua accelerazione angolare e (b) la sua velocità angolare in modulo?

**Paragrafo 10.8 Lavoro ed energia cinetica rotazionale**

**58. •** Un disco uniforme di massa  $M$  e raggio  $R$  è montato su un asse orizzontale fisso. Un blocco di massa  $m$  pende da una corda priva di massa che è avvolta attorno al bordo del disco. (a) Se  $R = 12$  cm,  $M = 400$  g e  $m = 50$  g, trovate il modulo della velocità del blocco dopo che è sceso di 50 cm partendo da fermo. Risolvete il problema usando i principi di conservazione dell'energia. (b) Ripetete il punto (a) usando  $R = 5,0$  cm.

**59. •** L'albero motore di un'auto trasferisce energia dal motore all'asse al ritmo di 100 hp (= 74,6 kW) quando ruota alla velocità di 1800 giri/min. Quale momento torcente (in newton per metro) genera l'albero motore?

**60. •** Un'asta sottile di lunghezza  $L = 0,75$  m e massa  $m = 0,42$  kg è sospesa liberamente a un'estremità. Viene tirata di lato e poi lasciata oscillare come un pendolo, che passa per il punto più basso con una velocità angolare di modulo 4,0 rad/s. Trascurando l'attrito e la resistenza dell'aria, trovate (a) l'energia cinetica dell'asta nel punto più basso e (b) a quale altezza rispetto a quel punto risale il centro di massa.

**61. •** Una ruota di massa 32,0 kg, essenzialmente un sottile cerchio di raggio 1,20 m, sta ruotando a 280 giri/min. Deve essere fermata in 15,0 s. (a) Quanto lavoro deve essere compiuto per fermarla? (b) Qual è la potenza media richiesta?

**62. ••** Nella **Figura 10.35** tre particelle di massa 0,0100 kg sono state incollate a un'asta di lunghezza  $L = 6,00$  cm e massa trascurabile e possono ruotare attorno a un asse perpendicolare che passa per il punto  $O$  a un'estremità. Quanto lavoro è richiesto per cambiare la velocità di rotazione (a) da 0 a 20,0 rad/s, (b) da 20,0 rad/s a 40,0 rad/s e (c) da 40,0 rad/s a 60,0 rad/s? (d) Qual è la pendenza del grafico dell'energia cinetica del sistema (in joule) in funzione del quadrato della sua velocità di rotazione (in radianti al quadrato al secondo quadrato)?

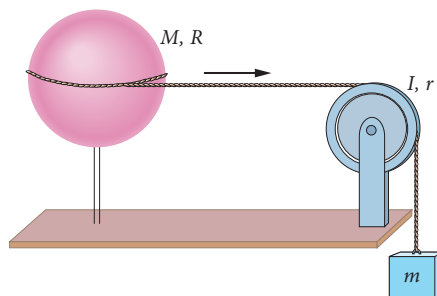
**63. •• MS** Un metro è tenuto in posizione verticale con un'estremità sul pavimento e poi viene lasciato cadere. Trovate il modulo della velocità dell'altra estremità subito prima che colpisca il

pavimento, supponendo che l'estremità sul pavimento non slitti. (*Suggerimento:* considerate il metro come un'asta sottile e usate il principio di conservazione dell'energia.)

**64. ••** Un cilindro uniforme di raggio 10 cm e massa 20 kg è montato in modo che possa ruotare liberamente attorno a un asse orizzontale parallelo all'asse centrale longitudinale del cilindro e a una distanza di 5,0 cm da quest'ultimo. (a) Qual è il momento d'inerzia del cilindro rispetto a questo asse di rotazione? (b) Se il cilindro è rilasciato da fermo con il suo asse centrale longitudinale alla stessa altezza dell'asse attorno al quale il cilindro ruota, quale è il modulo della velocità angolare del cilindro mentre passa dalla sua posizione più bassa?

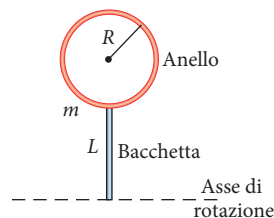
**65. •••** Un'alta ciminiera di forma cilindrica crolla per il cedimento della base. Considerate la ciminiera come un'asta sottile di lunghezza 55,0 m. All'istante in cui è inclinata di 35,0° rispetto alla verticale mentre cade, quali sono (a) l'accelerazione radiale della sommità della ciminiera e (b) l'accelerazione tangenziale della sommità della ciminiera? (*Suggerimento:* usate considerazioni energetiche, non un momento torcente.) (c) Per quale angolo  $\theta$  l'accelerazione tangenziale è uguale a  $g$ ?

**66. •••** Un guscio sferico uniforme di massa  $M = 4,5$  kg e raggio  $R = 8,5$  cm può ruotare attorno a un asse verticale su cuscinetti privi di attrito (**Figura 10.47**). Una corda priva di massa passa attorno all'equatore della sfera e su una carrucola di momento d'inerzia  $I = 3,0 \cdot 10^{-3}$  kg  $\cdot$  m<sup>2</sup> e raggio  $r = 5,0$  cm, ed è attaccata a un piccolo oggetto di massa  $m = 0,60$  kg. Non c'è attrito sull'asse della carrucola; la corda non slitta nella carrucola. Qual è il modulo della velocità dell'oggetto, rilasciato da fermo, dopo che è caduto per 82 cm? Usate considerazioni energetiche.



**Figura 10.47** Problema 66.

**67. •••** La **Figura 10.48** mostra un sistema rigido formato da un anello sottile (di massa  $m$  e raggio  $R = 0,150$  m) e da una sottile bacchetta radiale (di massa  $m$  e lunghezza  $L = 2,00R$ ). Il sistema è verticale, ma se gli diamo un leggero colpetto ruoterà attorno all'asse orizzontale nel piano della bacchetta e dell'anello, passando per l'estremità inferiore della bacchetta. Supponendo che l'energia data al sistema dal colpetto sia trascurabile, quale sarebbe il modulo della velocità angolare del sistema attorno all'asse di rotazione quando passa dall'orientazione capovolta (invertita)?

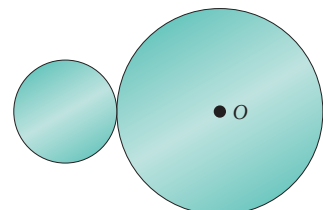


**Figura 10.48** Problema 67.

**Problemi di riepilogo**

**68.** Due sfere solide uniformi hanno la stessa massa di 1,65 kg, ma una ha un raggio di 0,226 m e l'altra ha un raggio di 0,854 m. Ciascuna può ruotare attorno a un asse che passa per il suo centro. (a) Qual è il modulo  $\tau$  del momento torcente necessario per portare la sfera più piccola da ferma alla velocità angolare di 317 rad/s in 15,5 s? (b) Qual è il modulo  $F$  della forza che deve essere applicata tangenzialmente all'equatore della sfera per darle quel momento torcente? Quali sono i valori corrispondenti di (c)  $\tau$  e di (d)  $F$  per la sfera più grande?

**69.** Nella **Figura 10.49** un piccolo disco di raggio  $r = 2,00$  cm è stato incollato al bordo di un disco più grande di raggio  $R = 4,00$  cm in modo che i due dischi siano sullo stesso piano. I dischi possono ruotare attorno a un asse



**Figura 10.49** Problema 69.

perpendicolare che passa per il punto  $O$  al centro del disco più grande. I dischi hanno entrambi una densità (massa per unità di volume) uniforme di  $1,40 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  e uno spessore uniforme di 5,00 mm. Qual è il momento d'inerzia del sistema dei due dischi rispetto all'asse di rotazione che passa per  $O$ ?

**70.** Una ruota, partendo da ferma, gira con accelerazione angolare costante di  $2,00 \text{ rad/s}^2$ . Durante un intervallo di 3,00 s, la ruota gira di  $90,0 \text{ rad}$ . (a) Qual è la velocità angolare della ruota all'inizio dell'intervallo di 3,00 s? (b) Per quanto tempo ha ruotato prima dell'inizio dell'intervallo di 3,00 s?

**71. MS** Nella Figura 10.50 due blocchi di massa 6,20 kg sono collegati da una corda priva di massa che passa su una carrucola di raggio 2,40 cm e momento d'inerzia  $7,40 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . La corda non scivola nella carrucola; non è noto se ci sia attrito tra il tavolo e il blocco che scivola; l'asse della carrucola è privo di attrito. Quando il sistema viene rilasciato da fermo, la carrucola gira di  $0,130 \text{ rad}$  in  $91,0 \text{ ms}$  e l'accelerazione dei blocchi è costante. Quali sono (a) il modulo dell'accelerazione angolare della carrucola, (b) il modulo dell'accelerazione di ciascun blocco, (c) la tensione  $T_1$  della corda e (d) la tensione  $T_2$  della corda?

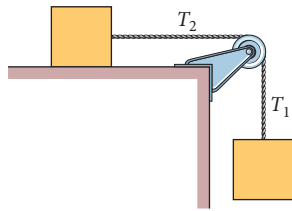


Figura 10.50 Problema 71.

**72.** A ciascuna estremità di un'asta sottile d'acciaio di lunghezza 1,20 m e massa 6,40 kg è fissata una pallina di massa 1,06 kg. L'asta è vincolata a ruotare in un piano orizzontale attorno a un asse verticale passante per il suo punto medio. A un certo istante l'asta ruota a  $39,0 \text{ giri/s}$ . Per effetto dell'attrito l'asta rallenta fino a fermarsi in 32,0 s. Supponendo che il momento frenante della forza di attrito sia costante, calcolate (a) l'accelerazione angolare, (b) il momento frenante, (c) l'energia totale trasferita da energia meccanica a energia termica dall'attrito e (d) il numero di giri compiuti durante i 32,0 s. (e) Supponete ora di sapere che il momento frenante non è costante. Se qualcuna delle grandezze (a), (b), (c) e (d) può ancora essere calcolata senza ulteriori informazioni, trovatene il valore.

**73.** Una pala uniforme del rotore di un elicottero è lunga 7,80 m, ha una massa di 110 kg ed è attaccata all'asse del rotore da un singolo bullone. (a) Qual è il modulo della forza esercitata sul bullone dall'asse quando il rotore gira a  $320 \text{ giri/min}$ ? (Suggerimento: per questo calcolo la pala può essere considerata come un punto materiale la cui massa è concentrata nel centro di massa. Perché?) (b) Calcolate il momento che deve essere applicato al rotore per portarlo da fermo alla velocità di regime in 6,70 s. Trascurate la resistenza dell'aria. (La pala non può essere considerata come un punto materiale la cui massa è concentrata nel centro di massa. Perché no? Supponete che la distribuzione della massa sia quella di una sottile asta uniforme.) (c) Quanto lavoro compie il momento torcente sulla pala affinché questa raggiunga una velocità di modulo  $320 \text{ giri/min}$ ?

**74. Dischi che gareggiano.** La Figura 10.51 mostra due dischi che possono ruotare attorno ai propri centri come giostre. All'istante  $t = 0$  le rette di riferimento dei due dischi hanno la stessa orientazione. Il disco A sta già ruotando, con una velocità angolare costante di  $9,5 \text{ rad/s}$ . Il disco B era fermo ma inizia ora a ruotare con un'accelerazione angolare costante di  $2,2 \text{ rad/s}^2$ .

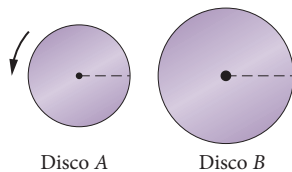


Figura 10.51 Problema 74.

(a) In quale istante  $t$  le rette di riferimento dei due dischi avranno momentaneamente lo stesso spostamento angolare  $\theta$ ? (b) Questo istante  $t$  sarà il primo da  $t = 0$  in cui le rette sono momentaneamente allineate?

**75. BIO** Un funambolo cerca sempre di mantenere il proprio centro di massa al di sopra della fune. Normalmente porta con sé una lunga e pesante asta per aiutarsi: se si inclina, per esem-

pio, verso destra (il suo cdm si sposta a destra) e rischia di ruotare attorno alla fune, il funambolo muove l'asta alla sua sinistra (il suo cdm si sposta a sinistra) per rallentare la rotazione e darsi il tempo per recuperare l'equilibrio. Supponete che il funambolo abbia una massa di 70,0 kg e un momento d'inerzia rispetto alla fune di  $15,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Qual è il modulo della sua accelerazione angolare attorno alla fune se il suo centro di massa si trova 5,0 cm a destra della fune e (a) non ha con sé l'asta e (b) l'asta di massa 14,0 kg che porta ha il proprio centro di massa 10 cm a sinistra della fune?

**76.** Partendo da ferma all'istante  $t = 0$ , una ruota subisce un'accelerazione angolare costante. All'istante  $t = 2,0 \text{ s}$  la velocità angolare della ruota è  $5,0 \text{ rad/s}$ . L'accelerazione continua fino all'istante  $t = 20 \text{ s}$ , quando cessa bruscamente. Quale angolo avrà descritto la ruota nell'intervallo da  $t = 0$  a  $t = 40 \text{ s}$ ?

**77. MS** Un giradischi che ruota a  $33\frac{1}{3} \text{ giri/min}$  rallenta e si ferma in 30 s dal momento in cui il motorino viene spento. (a) Trovate il modulo (costante) dell'accelerazione angolare in  $\text{giri/min}^2$ . (b) Quanti giri compie il giradischi in questo intervallo di tempo?

**78.** Un corpo rigido è formato da tre aste sottili identiche, ciascuna di lunghezza  $L = 0,600 \text{ m}$ , fissate tra loro in modo da formare una lettera **H** (Figura 10.52). Il sistema è libero di ruotare attorno a un asse orizzontale fisso allineato con una delle gambe dell'**H**. Il sistema viene lasciato cadere da fermo da una posizione in cui il piano dell'**H** è orizzontale. Qual è il modulo della velocità angolare del sistema quando il piano dell'**H** è verticale?

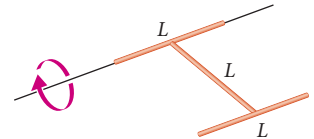


Figura 10.52 Problema 78.

**79. MS** (a) Mostrate che il momento d'inerzia di un cilindro solido di massa  $M$  e raggio  $R$  rispetto al suo asse centrale longitudinale è uguale al momento d'inerzia di un anello sottile di massa  $M$  e raggio  $R/\sqrt{2}$  rispetto al suo asse centrale. (b) Mostrate che il momento d'inerzia  $I$  di qualsiasi corpo di massa  $M$  rispetto a qualsiasi asse dato è uguale al momento d'inerzia di un anello equivalente rispetto a quell'asse se l'anello ha la stessa massa  $M$  e un raggio  $k$  dato da

$$k = \sqrt{\frac{I}{M}}$$

Il raggio  $k$  dell'anello equivalente è detto *raggio d'inerzia* o *raggio di girazione* del corpo dato.

**80.** Un disco ruota con accelerazione angolare costante dalla posizione angolare  $\theta_1 = 10,0 \text{ rad}$  alla posizione angolare  $\theta_2 = 70,0 \text{ rad}$  in 6,00 s. La sua velocità angolare in  $\theta_2$  è  $15,0 \text{ rad/s}$ . (a) Qual era la sua velocità in  $\theta_1$ ? (b) Qual è l'accelerazione angolare? (c) In quale posizione angolare si trovava il disco inizialmente fermo? (d) Riportate in grafico  $\theta$  in funzione del tempo  $t$  e il modulo  $\omega$  della velocità angolare in funzione di  $t$  per il disco dall'inizio del moto (ponendo tale inizio in  $t = 0$ ).

**81.** La bacchetta omogenea della Figura 10.53 è lunga 2,0 m e può ruotare attorno a un perno orizzontale privo di attrito posto a un'estremità. La bacchetta viene rilasciata da ferma con un angolo d'inclinazione  $\theta = 40^\circ$  sopra l'orizzontale. Usate il principio di conservazione dell'energia per determinare il modulo della velocità angolare della bacchetta all'istante in cui passa dalla posizione orizzontale.

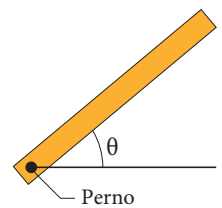
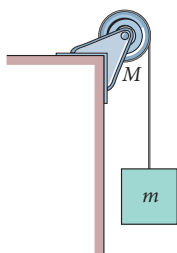


Figura 10.53 Problema 81.

**82.** George Washington Gale Ferris Jr., un ingegnere civile laureato al *Rensselaer Polytechnic Institute*, costruì la ruota panoramica originale per la Fiera Colombiana di Chicago del 1893. La ruota, una sbalorditiva costruzione ingegneristica a quel tempo, trasportava 36 cabine di legno, ciascuna delle quali poteva contenere fino a 60 passeggeri, lungo una circonferenza di 76 m di diametro. Le cabine venivano caricate 6 alla volta, e una vol-

ta che tutte e 36 le cabine erano piene la ruota eseguiva una rotazione completa a velocità angolare di modulo costante in circa 2 min. Stimare la quantità di lavoro che era necessaria al macchinario per ruotare i soli passeggeri.

**83.** Nella **Figura 10.41** due blocchi di massa  $m_1 = 400\text{ g}$  e  $m_2 = 600\text{ g}$  sono collegati da una corda priva di massa che è avvolta attorno a un disco uniforme di massa  $M = 500\text{ g}$  e raggio  $R = 12,0\text{ cm}$ . Il disco può ruotare senza frizione attorno a un asse orizzontale fisso che passa attraverso il suo centro; la corda non può scivolare sul disco. Il sistema è rilasciato da fermo. Trovate (a) il modulo dell'accelerazione dei due blocchi, (b) la tensione  $T_1$  della corda a sinistra e (c) la tensione  $T_2$  della corda a destra.

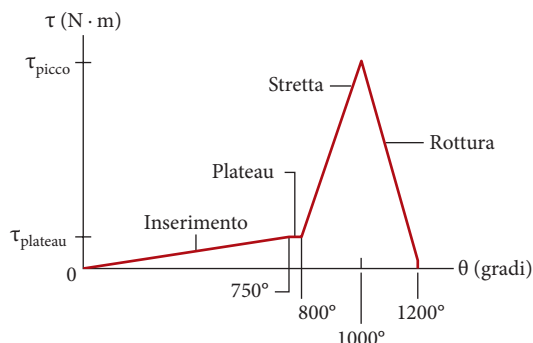


**Figura 10.54** Problema 84.

**84. Seconda legge di Newton per la rotazione.** La **Figura 10.54** mostra un disco uniforme, con massa  $M = 2,5\text{ kg}$  e raggio  $R = 20\text{ cm}$ , montato su un asse orizzontale fisso. Un blocco di massa  $m = 1,2\text{ kg}$  pende da una corda priva di massa che è avvolta attorno al bordo del disco. Trovate (a) l'accelerazione del blocco che cade, (b) la tensione della corda e (c) l'accelerazione angolare del disco. La corda non scivola e non c'è frizione sull'asse.

**85. Velocità di rotazione della Terra, allora e ora.** La ricerca con una specie estinta di molluschi vissuta 70 milioni di anni fa comprende la crescita quotidiana degli anelli che si sono formati sulle conchiglie. Le misure rivelano che il giorno a quel tempo durava 23,5 ore. (a) In radianti per ora, qual è l'attuale velocità di rotazione  $\omega$  della Terra? (b) Qual era a quel tempo? (c) A quel tempo, quanti giorni c'erano in un anno, ovvero nell'intervallo di tempo che la Terra impiega a compiere una rivoluzione completa attorno al Sole?

**86. BIO Inserimento di una vite ossea.** Un metodo sempre più comune per stabilizzare chirurgicamente un osso rotto è quello di inserire una vite nell'osso con un cacciavite chirurgico automatizzato. Mentre la vite entra nell'osso, l'equipe dei medici monitora il momento torcente applicato alla vite stessa. Lo scopo è di guidare la vite verso l'interno finché la testa della vite non incontra l'osso e poi ruotarla ancora un po' per stringere le filettature della vite contro le fibre dell'osso che la vite ha tagliato nel suo percorso. Il rischio è di stringere troppo la vite, nel qual caso le filettature di quest'ultima distruggono (*strappano*) le fibre dell'osso. La **Figura 10.55** mostra un grafico idealizzato del modulo del momento torcente  $\tau$  in funzione dell'angolo di rotazione  $\theta$ , per tutto l'intervallo fino allo stadio di rottura. Inizialmente, via via che la vite penetra nell'osso, il momento aumenta fino a raggiungere un breve plateau in  $\tau_{\text{plateau}} = 0,10\text{ N} \cdot \text{m}$ , cosa che accade quando la testa della vite tocca l'osso. Poi il momento aumenta nettamente mentre la vite viene stretta. L'equipe chirurgica vorrebbe fermarsi al picco in  $\tau_{\text{picco}} = 1,7\text{ N} \cdot \text{m}$  o in prossimità di esso, evitando di passare nella regione della rottura. Potrebbe riuscire a prevedere il picco dal plateau e dal lavoro compiuto sulla vite dal cacciavite. (a) Quale multiplo del momento del plateau dà il momento del picco? (b) Quanto lavoro viene compiuto dall'estremità sinistra del grafico fino al picco?

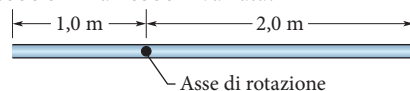


**Figura 10.55** Problema 86.

**87. Pulsar.** Quando una stella con una massa pari ad almeno dieci volte quella del Sole esplose in una supernova, il suo nucleo può collassare in una pulsar, una stella rotante che emette radiazione elettromagnetica (onde radio o luce) in due sottili raggi in direzioni opposte. Se un raggio spazza la Terra durante la rotazione, possiamo rilevare segnali ripetuti della radiazione, uno per ogni giro. (a) La prima pulsar fu scoperta da Jocelyn Bell Burnell e Antony Hewish nel 1967; i suoi segnali erano separati da 1,3373 s. Qual è il modulo della velocità angolare di questa pulsar in giri al secondo? (b) A oggi, la pulsar che ruota più rapidamente ha una velocità angolare di modulo 716 giri/s. Di quanto sono separati i suoi segnali in millisecondi?

**88. Stella rotante più veloce.** La stella VFTS102 nella Grande Nube di Magellano (una galassia satellite della nostra Via Lattea) ruota così velocemente che supera le aspettative tradizionali. La stella ha una massa pari a 25 volte la massa del Sole e se la consideriamo come una sfera solida rotante, la superficie all'equatore si muove a una velocità di modulo  $2,0 \cdot 10^6\text{ km/h}$ . Per trovare il suo raggio supponete che abbia la stessa densità del Sole. Quali sono (a) il raggio della stella, (b) il suo periodo di rotazione e (c) il modulo dell'accelerazione centripeta di una sezione della superficie equatoriale?

**89. Rotazione di un'asta.** La **Figura 10.56** mostra un'asta uniforme di massa 2,0 kg e lunghezza 3,0 m. L'asta è montata in modo che possa ruotare liberamente attorno a un asse orizzontale a essa perpendicolare che passa attraverso un punto a 1,0 m da un'estremità dell'asta. L'asta è rilasciata da ferma quando è orizzontale. (a) Qual è la sua accelerazione angolare in quell'istante? (b) Se la massa dell'asta venisse aumentata, la risposta aumenterebbe, diminuirebbe o rimarrebbe invariata?

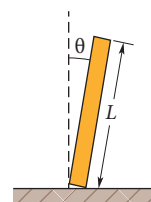


**Figura 10.56** Problema 89.

**90. BIO Danza sulle punte.** Quando una ballerina sta sulle punte, il suo peso è supportato solo dalle punte delle dita dei piedi nella punta rigida delle sue scarpette (**Figura 10.57a**). Il suo centro di massa deve essere direttamente al di sopra delle dita, ma questa posizione è difficile da mantenere. Per vedere come l'altezza della ballerina influenza l'equilibrio, considerate la ballerina come un'asta verticale di lunghezza  $L$  che è bilanciata verticalmente a un'estremità (**Figura 10.57b**). (a) Qual è l'accelerazione angolare  $\alpha$  attorno a questa estremità se l'asta è inclinata di un piccolo angolo  $\theta$  rispetto alla verticale? (b) Per un dato angolo,  $\alpha$  è maggiore o minore per una ballerina più alta? (Una ballerina più alta ha meno tempo o più tempo per correggere uno sbilanciamento?)



a)



b)

**Figura 10.57** Problema 90.

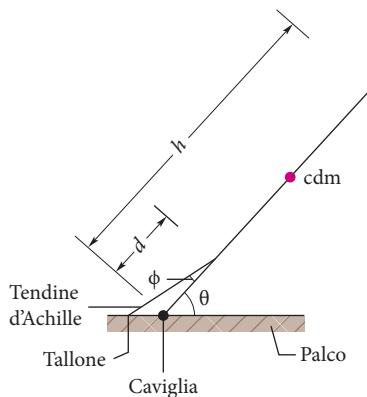
**91. Diversi assi di rotazione.** Cinque particelle, posizionate nel piano  $xy$  in accordo con la seguente tabella, formano un corpo rigidamente connesso. Qual è il momento d'inerzia del corpo attorno (a) all'asse  $x$ , (b) all'asse  $y$  e (c) all'asse  $z$ ? (d) Qual è il centro di massa del corpo?

Oggetto	1	2	3	4	5
Massa (g)	500	400	300	600	450
$x$ (cm)	15	-13	17	-4,0	-5,0
$y$ (cm)	20	13	-6,0	-7,0	9,0

**92. BIO** *La pendenza di Michael Jackson.* Nel video musicale «Smooth Criminal» Michael Jackson piantava i piedi sul palco e si inclinava in avanti rigidamente di  $45^\circ$ , sconfiggendo in apparenza la forza di gravità perché il suo centro di massa era ben più avanti dei suoi piedi (Figura 10.58a). Il segreto era nelle scarpe brevettate da Jackson: ciascun tacco aveva un intaglio a forma di v che lui incastrava sulla testa di un chiodo che sporgeva leggermente dal palco. Una volta che i tacchi erano incastrati sui chiodi, poteva inclinarsi in avanti senza cadere. L'asse di rotazione passava attraverso ciascuna testa dei chiodi, che era subito sotto la caviglia. L'azione richiedeva un'enorme forza nelle gambe, in particolare nel tendine d'Achille che collega il muscolo del polpaccio (a distanza  $d = 40$  cm dalla caviglia) al tallone (Figura 10.58b). Questo tendine è inclinato di un angolo  $\phi = 5,0^\circ$  rispetto all'osso della gamba e rispetto alla rigida orientazione del corpo di Jackson. La massa  $m$  di Jackson era 60 kg, la sua altezza  $h$  era 1,75 m e il suo centro di massa era a  $0,56h$  dalla caviglia. Qual era la tensione  $T$  del tendine quando il corpo di Jackson era inclinato di un angolo  $\theta = 45^\circ$  rispetto al palco?



a)



b)

Figura 10.58 Problema 92.

**93. Stroboscopia.** Un disco che ruota in senso orario con velocità angolare di modulo  $10\pi$  rad/s è illuminato solo da una luce stroboscopica lampeggiante. I flash mostrano un piccolo punto nero sul bordo del disco. Nel primo flash il punto appare nella posizione delle 12.00 (come sul quadrante di un orologio analogico). Dove appare nei successivi cinque flash se il tempo tra di essi è (a) 0,20 s, (b) 0,050 s e (c) 40 ms?

**94. Gestione di una rotatoria.** La Figura 10.59 mostra una vista dall'alto di una rotatoria a una sola corsia dove l'accesso è controllato tramite un computer. L'auto 1 viene fatta entrare dal punto di accesso A all'istante  $t = 0$ . Ha accelerazione  $a = 3,0$  m/s<sup>2</sup> fino al limite di velocità di  $v = 13,4$  m/s mentre si muove attorno alla rotatoria e oltrepassa il punto di accesso B, dove l'auto 2

attende di entrare. Il raggio  $R$  della strada circolare è 45 m, l'angolo  $\theta$  sotteso tra A e B è  $120^\circ$  ed entrambe le auto hanno lunghezza  $L = 4,5$  m. L'auto 2 può entrare quando la parte posteriore dell'auto 1 si trova a 2,0 volte la lunghezza dell'auto dal punto B. In quale istante  $t$  l'auto 2 è lasciata libera di entrare?

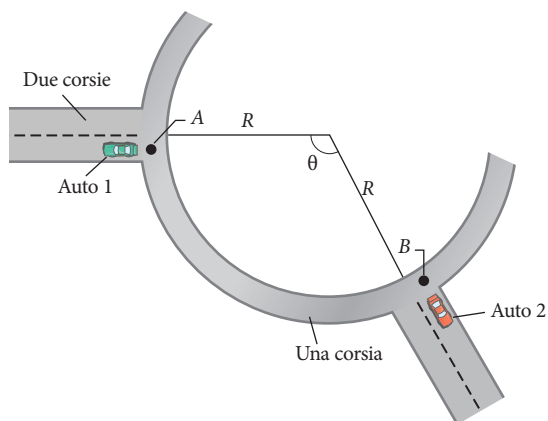


Figura 10.59 Problema 94.

**95. BIO Impugnatura.** Nel design ingegneristico delle maniglie (come negli attrezzi manuali e negli strumenti manuali motorizzati) e dei corrimani (come quelli delle scale), l'impugnatura e il possibile scivolamento della mano devono essere presi in considerazione. Se una mano afferra una maniglia cilindrica che ha un diametro di 30 mm con una forza normale sulla mano di 150 N, qual è il massimo momento della forza di attrito tangenziale quando il coefficiente di attrito statico è 0,25?

**96. BIO Lavoro di una sedia a rotelle.** Una sedia a rotelle manuale (non motorizzata) (Figura 10.60) viene spinta su un suolo in piano quando la persona forza il bordo per le mani a ruotare in avanti. Supponete che il bordo abbia un diametro  $D$  di 0,55 m, che l'angolo  $\Delta\theta$  di rotazione in avanti di ciascuna spinta sia  $88^\circ$ , che la forza media tangenziale  $F_{\text{media}}$  esercitata sul bordo durante una spinta sia di 39 N, che l'intervallo di tempo  $\Delta t$  per una spinta sia 0,38 s e che la frequenza  $f$  della spinta sia di 53 spinte al minuto. Quanto lavoro viene compiuto (a) in ciascuna spinta e (b) in 3,0 min? Qual è la potenza media erogata (c) in ciascuna spinta e (d) in 3,0 min?



Figura 10.60 Problema 96.

**97. Moneta sul giradischi.** Una moneta è posizionata a distanza  $R$  dal centro di un giradischi. Il coefficiente di attrito statico è  $\mu_s$ . La velocità angolare del giradischi viene aumentata lentamente. Quando questa raggiunge  $\omega_0$ , la moneta è sul punto di scivolare via. Trovate  $\omega_0$  in termini di  $\mu_s$ ,  $R$  e  $g$ .

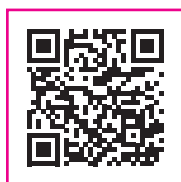
Jearl Walker

# Halliday - Resnick Fondamenti di fisica

Meccanica • Onde • Termodinamica

Ottava edizione italiana condotta  
sull'undicesima edizione americana

Inquadra  
e scopri  
i contenuti



## Le risorse multimediali

[online.universita.zanichelli.it/halliday-mot8e](https://online.universita.zanichelli.it/halliday-mot8e)

A questo indirizzo sono disponibili le risorse multimediali di complemento al libro.

Per accedere alle risorse protette è necessario registrarsi su [my.zanichelli.it](https://my.zanichelli.it) inserendo il codice di attivazione personale contenuto nel libro.

## Libro con Ebook

Chi acquista il libro nuovo può accedere gratuitamente all'Ebook, seguendo le istruzioni presenti nel sito.

L'accesso all'Ebook e alle risorse digitali protette è personale, non condivisibile e non cedibile, né autonomamente né con la cessione del libro cartaceo.

Nel 2002 l'American Physical Society ha insignito *Fondamenti di fisica* di Halliday, Resnick e Walker del titolo di miglior introduzione alla fisica generale del XX secolo, un tributo al suo impatto duraturo sulla formazione di generazioni di studenti e studentesse. *Fondamenti di fisica* si distingue per la trattazione rigorosa dei concetti di base nello stile chiaro e coinvolgente della migliore tradizione didattica americana.

Gli argomenti sono esposti in modo intuitivo, arricchiti da numerosi esempi di fisica applicata a discipline diverse e tratti dalle ricerche scientifiche più recenti. Questa combinazione rende lo studio dei concetti fisici avvincente e immediatamente applicabile.

Ciascun paragrafo si apre con un elenco per punti delle *idee chiave*; lungo il testo sono proposte *verifiche* (con soluzione online) e *problemi svolti* passo a passo, e le regole fondanti sono messe ben in evidenza per favorire la comprensione; i capitoli si concludono con una *sintesi* degli argomenti, *domande* di revisione, *problemi* di difficoltà diversa (alcuni con applicazioni biomediche) e *problemi di riepilogo* con soluzioni online. Questa edizione si distingue per un marcato interesse verso l'applicazione della fisica al corpo umano.

Jearl Walker, che porta avanti l'aggiornamento dell'opera, ha analizzato infatti migliaia di articoli di ricerca per illustrare come la fisica abbia a che fare direttamente con la nostra salute e con la nostra quotidianità e dare risposta, tra le altre, a domande quali: Di quanto aumenta la tensione nei tendini d'Achille di una persona con i tacchi alti, quando è in piedi? E qual era la tensione necessaria a Michael Jackson per sostenersi nel suo famoso passo inclinato a 45°? Da quale altezza una caduta può provocare la frattura del polso?

Una raccolta di domande interattive a scelta multipla, scritte appositamente per l'ottava edizione italiana, è disponibile online.

**David Halliday** (1916-2010) e **Robert Resnick** (1923-2014) sono stati due fisici americani che hanno rivoluzionato, con i loro libri, l'insegnamento della Fisica. Professori e autori, sono noti soprattutto per i libri di testo *Physics* e *Fundamentals of Physics*, tradotti in più di 47 lingue ed entrambi presenti nel catalogo CEA (Halliday, Resnick, Krane *Fisica* quinta edizione, 2003; e Halliday, Resnick, Krane *Fondamenti di fisica* ottava edizione, 2023).

**Jearl Walker** è professore di Fisica alla Cleveland State University e divulgatore scientifico. È autore anche di *The Flying Circus of Physics* che risponde a 740 domande sulla fisica nella vita di tutti i giorni.

HALLIDAY\*FOND.FISICA MECC 8ED(CELUMKQ

ISBN 978-88-08-61908-2



9 788808 619082

5 6 7 8 9 0 1 2 3 (64D)